

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANČÍ

Aplikace metod oceňování derivátů na zemní plyn

The application of natural gas derivatives pricing methods

Student: Bc. Jana Navrátilová

Vedoucí diplomové práce: prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal

Ostrava 2010

„Místopřísežně prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci, včetně všech příloh, vypracovala samostatně.“

V Ostravě dne 30. dubna 2010

.....
podpis studenta

OBSAH

1	ÚVOD.....	3
2	CHARAKTERISTIKA A SPECIFIKA CHOVÁNÍ TRHU SE ZEMNÍM PLYNEM.....	4
2.1	SPECIFIKA TRHU SE ZEMNÍM PLYNEM V USA.....	4
2.1.1	<i>Plynovod Henry Hub.....</i>	6
2.2	TRH SE ZEMNÍM PLYNEM V USA	7
2.2.1	<i>Nabídka zemního plynu.....</i>	7
2.2.2	<i>Poptávka po zemním plynu</i>	9
2.3	RIZIKA TRHU SE ZEMNÍM PLYNEM	11
2.4	PROGNÓZA TRHU.....	12
2.5	REGULACE TRHU SE ZEMNÍM PLYNEM V USA	14
2.6	KONTRAKTY NA TRHU SE ZEMNÍM PLYNEM.....	14
2.6.1	<i>Spotové obchody</i>	15
2.6.2	<i>Futures kontrakty.....</i>	16
2.6.3	<i>Opční kontrakty.....</i>	17
2.6.3.1	<i>Exotické opce.....</i>	18
2.7	NEWYORSKÁ KOMODITNÍ BURZA NYMEX	20
2.7.1	<i>Typologie kontraktů se zemním plynem na burze NYMEX.....</i>	21
2.7.1.1	<i>Natural Gas Henry Hub Futures.....</i>	23
3	METODY A PŘÍSTUPY K OCENĚNÍ DERIVÁTŮ NA ZEMNÍ PLYN	25
3.1	OCEŇOVÁNÍ FUTURES NA ZEMNÍ PLYN	25
3.2	METODY OCEŇOVÁNÍ DERIVÁTŮ.....	26
3.3	ČLENĚNÍ STOCHASTICKÝCH PROCESŮ	26
3.3.1	<i>Wienerův proces.....</i>	27
3.3.2	<i>Brownův proces</i>	27
3.3.3	<i>Itôův proces.....</i>	28
3.3.4	<i>Mean reversion procesy.....</i>	29
3.3.4.1	<i>Ornstein-Uhlenbeckův proces.....</i>	29
3.3.4.2	<i>Schwartzův model.....</i>	29
3.3.4.3	<i>Sezónnost.....</i>	30
3.3.5	<i>Jump difusion procesy</i>	30
3.3.5.1	<i>Poissonův proces</i>	31
3.3.5.2	<i>Merton's Jump Model.....</i>	31
3.4	STATISTICKÝ ODHAD.....	32
3.4.1	<i>Metoda nejmenších čtverců.....</i>	32
3.4.2	<i>Metoda maximální věrohodnosti.....</i>	33
3.4.3	<i>Statistická verifikace mean reversion modelu.....</i>	33
3.5	BLACK-SCHOLESŮV MODEL	35

3.5.1	<i>Blackův model</i>	36
3.5.2	<i>Stanovení vstupních parametrů při ocenění opcí</i>	36
3.6	METODA INVERZNÍ TRANSFORMACE	37
3.7	SIMULACE MONTE CARLO	38
3.7.1	<i>Monte Carlo dle geometrického Brownova pohybu</i>	39
3.7.2	<i>Monte Carlo Ornstein-Uhlenbeckova mean reversion modelu</i>	39
3.7.3	<i>Monte Carlo Schwartzova mean reversion modelu</i>	40
4	APLIKACE METOD OCEŇOVÁNÍ DERIVÁTŮ NA ZEMNÍ PLYN	41
4.1	POSTUP VÝPOČTU	41
4.2	OCEŇOVANÉ DERIVÁTY.....	41
4.3	ODHAD PROCESU BAZICKÉHO INSTRUMENTU VČETNĚ JEHO PARAMETRŮ	42
4.4	VÝBĚR PROCESU BAZICKÉHO INSTRUMENTU	43
4.5	OCEŇENÍ POMOCÍ SIMULACE APLIKACÍ INVERZNÍ TRANSFORMACE	45
4.6	OCEŇENÍ OPCÍ DLE BLACKOVA MODELU	47
4.7	SHRNUTÍ.....	50
5	ZÁVĚR	52
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	54
	SEZNAM ZKRATEK	57
	SEZNAM OBRÁZKŮ, GRAFŮ A TABULEK	58
	PROHLÁŠENÍ O VYUŽITÍ VÝSLEDKŮ DIPLOMOVÉ PRÁCE	59
	SEZNAM PŘÍLOH	60

1 Úvod

Komodity se v současné době stávají vyhledávanou investiční příležitostí pro mnoho investorů. Hlavním důvodem se stal očekávaný návrat ekonomiky do rostoucí oblasti a to vyvolalo zvýšení zájmu a poptávky po komoditách.

Zemní plyn je surovina, která primárně slouží pro energetické účely, tj. spalování na teplo a energetickou energii. Spotřeba plynu má cyklickou povahu. V zimních měsících je během topné sezóny spotřebováno více než po zbytek roku. Při obchodování se zemním plynem je rozhodujícím faktorem cena zemního plynu. Tato cena většinou úzce kopíruje cenu ropy, je závislá na poptávce a taktéž na síle amerického dolaru jakožto měně, ve které jsou komodity nominované. Na rozdíl od trhu s ropou je přizpůsobení cen zemního plynu mnohem delší. Neexistuje zde žádná organizace, která by se starala o kvóty těžby nebo měla zájem na výši ceny. Přizpůsobení tak probíhá prostřednictvím trhu a to trvá déle.

Cílem diplomové práce je aplikace metod oceňování derivátů na zemní plyn. Ocenění bude provedeno prostřednictvím evropské call a put opce, jejichž podkladovým aktivem je Henry Hub Natural Gas Futures reálně obchodovaný na burze New York Mercantile Exchange (NYMEX).

Diplomová práce bude rozdělena kromě úvodu a závěru do tří částí. První část bude věnována charakteristice trhu se zemním plynem v US, jeho rizikům, prognóze a regulaci. Přičemž bude představena základní typologie kontraktů, se kterými se můžeme setkat na trhu se zemním plynem. V této části bude také popsána vybraná newyorská burza NYMEX spolu s charakteristikou obchodovaných kontraktů.

Obsah druhé části bude zaměřen na matematický a statistický aparát, který je nezbytný pro oceňování opčních kontraktů. Pozornost bude věnována členění stochastických procesů a jednotlivým modelům, které jsou použitelné pro ocenění opcí.

V poslední části práce bude provedeno ocenění s využitím reálných dat burzy NYMEX. Ocenění bude provedeno za období od 1. 4. 2008 do 26. 3. 2010 pro deset různých realizačních cen. Oceňovaným instrumentem budou evropské call a put opce, jejichž podkladovým aktivem je futures na zemní plyn.

2 Charakteristika a specifika chování trhu se zemním plynem

V druhé kapitole bude objasněna základní charakteristika a specifika trhu se zemním plynem v USA. Dále bude popsána typologie kontraktů na trhu se zemním plynem a zmíněna newyorská burza NYMEX spolu s kontrakty obchodovatelnými na této burze.

2.1 Specifika trhu se zemním plynem v USA

Od poloviny 90. let 20. století je v USA zaznamenán rostoucí význam zemního plynu. Zemní plyn se stal atraktivním palivem, protože je spalován beze zbytků a s vysokou účinností. Kvůli rozsáhlým zásobám v těchto letech bylo možné jeho použití jak z vlastních tak i z kanadských zdrojů. Tyto skutečnosti a nepochybně nízká cena pomohly v průběhu 90. let 20. století ke zvýšení investic do odvětví zabývajících se zemním plynem.

Od roku 2002 byl zaznamenán vzestupný vývoj ceny zemního plynu, který byl projevem vyšších účtů domácností za vytápění, vyšší cenou paliva do elektrických generátorů používajících zemní plyn a také snížením konkurenceschopnosti průmyslových zařízení závislých na zemním plynu. V souvislosti s tímto je nutno uvést charakteristiky trhu.

Cena pro Severo-americký zemní plyn je řízena nabídkou a poptávkou po zemním plynu pocházejícím ze Severní Ameriky.

Je potvrzena významná závislost poptávky na relativní ceně jiných paliv, ekonomickém růstu a počasí, které je hlavním faktorem ovlivňující poptávku po zemním plynu, jak v zimních tak i v letních obdobích.

Trh s zemním plynem v USA je značně konkurenceschopný.

Cena zemního plynu je určena podle konkurenceschopnosti na spotovém a futures trhu odrážející současnou a očekávanou situaci nabídky a poptávky. Je určena činností tisíců dobře informovaných kupujících a prodávajících.

Zemní plyn spotřebovaný v USA primárně pochází z domácí produkce a zbylá část je importována z Kanady.

Struktura fyzického toku zemního plynu

Výchozím zdrojem pro charakteristiku struktury fyzického toku zemního plynu jsou internetové stránky API (American Petroleum Institute).¹

Zemní plyn je cenný zdroj energie, protože je všestranný a čistě hořlavý. V důsledku toho je zemní plyn všeobecně aplikovatelný např. pro vaření, průmyslové skladování zásob, domácí či komerční topení, tvorbu energie.

Na Obr. 2.1 je schématicky znázorněna fyzická struktura průmyslového odvětví se zemním plynem a také jsou zde vyobrazeny primární činnosti nutné k přenosu zemního plynu k zákazníkovi. Mezi tyto činnosti patří následující faktory.

Vyhledávání a těžba: zde je zahrnuto vyhledávání a těžba zemního plynu z ložisek.

Zpracování: v rámci procesu zpracování zemního plynu jsou odstraňovány nečistoty, výše ocenitelné produkty a je připravován tok vysušeného plynu, který splňuje průmyslové standardy pro transport do vysokotlakého potrubí.

Přeprava: zemní plyn je přepravován pomocí vysokotlakého potrubí z produkčních oblastí do průmyslových oblastí, úložišť zemního plynu, k uživatelům a k lokálním distribučním firmám.

Ukládání: produkce zemního plynu a doručovací systém nejsou navrženy pro přenos celého množství zemního plynu zákazníkům během jejich největší poptávky. V zájmu pokrytí vysoké poptávky, velkého množství zákazníků a distribučních firem se ukládá plyn do podzemních úložišť, a to většinou nejbližší ke konečnému zákazníkovi. Uložený plyn je poté využíván převážně během dob vysoké poptávky, jako jsou např. chladné zimy.

Místní distribuce: zemní plyn je vlastněn místními distribučními firmami, pomocí nichž dochází k přenosu plynu ke konečnému zákazníkovi. Mezi tyto zákazníky patří jak obyvatelé obytných domů, tak i komerční a průmysloví zákazníci.

Zkapalněný zemní plyn: USA v dnešní době importuje okolo 3 % zemního plynu ze zámoří ve formě zkapalněného zemního plynu. LNG² může být proto skladován a použit v případě vysoké poptávky.

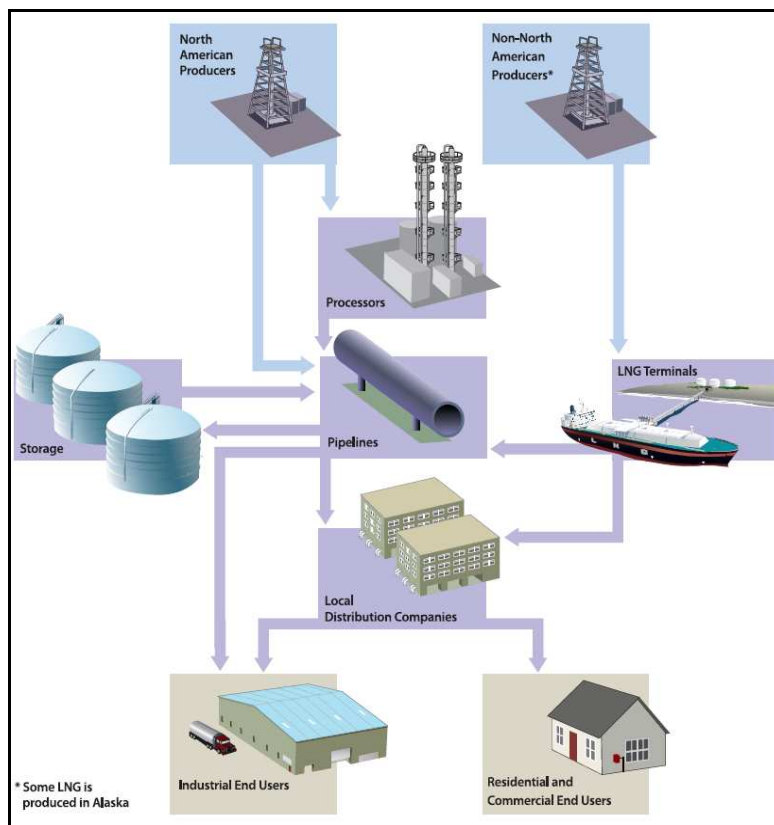
¹AUGUSTINE, Ch., *UNDERSTANDING_NATURAL_GAS_MARKETS.pdf* [online]. c2009 [cit. 2009-12-02].

Dostupný z WWW:

<http://www.api.org/aboutoilgas/upload/UNDERSTANDING_NATURAL_GAS_MARKETS.pdf>.

² Liquefied natural gas

Obr. 2.1 Fyzický tok zemního plynu



Zdroj: Understanding Natural Gas Markets

2.1.1 Plynovod Henry Hub

Henry Hub³ je největší centralizované měřítko pro futures⁴ a spotové⁵ obchody se zemním plynem v USA. Na burze NYMEX je využíván jako místo dodání pro futures kontrakty se zemním plynem od 3. dubna 1990. NYMEX dodávky v Henry Hub jsou upravené stejným způsobem jako transakce na hotovostním trhu. Henry Hub je vlastněn a ovládán společností Sabine Pipe Line, LLC, která je výhradně vlastněna dceřinou společností ChevronTexaco. Henry Hub je fyzicky situován v Sabine's Henry Gas Processing Plant. Je složen z 16-ti mezinárodních a vnitrostátních plynovodů. Souhrnně těmito plynovody je dodáván zemní plyn k americkým trhům na středozápadě, severovýchodě, jihovýchodě a v oblasti Gulf Coast. Přibližně 49 % americké produkce z vrtů na získávání

³ EIA. *EIA - U.S. Natural Gas Markets: Relationship Between Henry Hub Spot Prices and U.S. Wellhead Prices* [online]. 2008 [cit. 2009-12-03]. Dostupný z WWW: <<http://www.eia.doe.gov/oiaf/analysispaper/henryhub/>>.

⁴ Smlouvy, na základě kterých se smluvní strany zavazují koupit resp. prodat určitý objem aktiva k určitému budoucímu okamžiku za cenu stanovenou předem při uzavření kontraktu.

⁵ Finanční obchody, u nichž se termín sjednání obchodu a termín jeho vypořádání shodují, popřípadě se liší jen o několik málo dnů.

plynu se nachází nebo je vedena v blízkosti Henry Hub nebo prochází poblíž něj, tak jak si to vyžaduje spotřebitelský trh, viz Příloha č. 1.

2.2 Trh se zemním plynem v USA

Současná světová energetická spotřeba je složena především z ropy, elektřiny a zemního plynu. Se zemním plynem je obchodováno ve formě spotových kontraktů, futures instrumentů, swapů a opcí. Obchoduje se na OTC trzích⁶ a samozřejmě na světových burzách. Mezi nejznámější burzy patří NYMEX, International Petroleum Exchange in London (IPE), Tokyo Commodity Exchange a Singapore Exchange.

Během 70. let 20. stol. bylo rozhodnuto, že bude zemní plyn využíván jako strategický produkt. Tato skutečnost zapříčinila výskyt přirozených monopolů ve formě společností, které byly vlastněny vládami. V důsledku energetických nedostatků a krizí v 70. letech byl zaznamenán růst nákladů a tím došlo k reformaci ve struktuře trhu, k otevření konkurence, ke zlepšení ekonomické výkonnosti a efektivity trhu. Začátek procesu, jehož hlavním cílem byl rozvoj konkurenčního trhu, je datován přijetím právního předpisu *The Natural Gas Policy Act* v roce 1978. Tento akt byl zaměřen na problematiku rostoucích cen ropovodů. V důsledku rozsáhlé liberalizace trhu se zemním plynem lze proto považovat dnešní trh se zemním plynem za volný trh, viz Lewis (2005).

2.2.1 Nabídka zemního plynu

Produkce zemního plynu⁷ v USA je založena na konkurenčních tržních silách. Nedostatečná nabídka vede k růstu cen, který je signálem pro společnosti k zvýšení produkce zemního plynu. Nabídka zemního plynu v USA je závislá na velkém množství faktorů. Tyto faktory dělíme do dvou segmentů, a to na bariéry krátkodobé a všeobecné.

Krátkodobé bariéry na straně nabídky

V dokonalém ekonomickém prostředí zobrazují cenové signály veškeré změny v nabídce. Ve skutečnosti se setkáváme s určitými bariérami, které bezprostředně ovlivňují nabídku zemního plynu. Mezi hlavní bariéry patří dále uvedené faktory.

⁶ Over – The – Counter market: mimoburzovní trhy, které nejsou vázány žádnými pravidly.

⁷ <http://www.naturalgas.org/business/supply.asp>

Dostupnost vzdělaných pracovníků. Potřeba vychovat a najmout kvalifikované pracovníky vyvstává v období mezi zvýšenou poptávkou a zvýšenou produkcí. Jako příklad lze uvést období mezi roky 1991 a 1999, období relativně nízkých cen zemního plynu, kdy zaznamenala USA Bureau of Labor Statistics 26 % pokles v zaměstnanosti v těžebním a ropném průmyslu. Po roce 1999, v důsledku zvýšení cen zemního plynu a snah zvýšit produkci, došlo k růstu poptávky po kvalifikovaných pracovnících. Pro jejich získání bylo nutné nabízet ke mzdě odměny jako jsou např. stipendia a studijní příspěvky.

Dostupnost vybavení. Investice do vrtných souprav jsou považovány za vysoce finančně nákladné. Cenová volatilita v energetickém průmyslu má značný vliv právě na toto výrobní vybavení, jeho konstrukci a umístění. Růstem cen zemního plynu dochází k růstu vrtných aktivit a poklesem k redukci počtu vrtných souprav. Z tohoto důvodu můžeme říci, že vrtné soupravy jsou signálem o stavu produkce zemního plynu. Jak lze vidět v Grafu 2.1, růst vrtných souprav se zpožďuje za období vysokých cen.

Graf 2.1 Vrtné soupravy



Zdroj: NaturalGas.org

Povolení a rozvoj. Před samotnou těžbou zemního plynu je potřeba vykonat nezbytné úkony a rozvojové aktivity. Na začátku musí být zvolena lokalita (místo), kde se nachází naleziště zemního plynu. Jakmile je tato analýza provedena, je nutné, aby producenti požádali vlastníky půdy (v mnoha případech je vlastníkem vláda) o povolení k vrtné činnosti a k instalaci vrtných souprav. V souvislosti s tímto je známa federální agentura Bureau of Land Management, která je zodpovědná za vydávání povolení vrtů a Minerals Management Service, která řídí vrtné činnosti z hlediska lokality.

Počasí a přerušení dodávek. Povětrnostní vlivy a anomálie mohou mít významný dopad na produkci zemního plynu. Jako příklad lze uvést hurikán, který i přes všechna bezpečnostní opatření může dočasně přerušit vrtnou činnost.

Všeobecné bariéry na straně nabídky

V dodatku ke krátkodobým bariérám znemožňujícím růst nabídky zemního plynu, existují daleko více důležité faktory mezi které se zahrnují následující.

Přístup k půdě. Vláda v USA vlastní více než 29 % půdy a odhaduje se, že na této ploše je stále 40 % neobjevených zdrojů zemního plynu. V některých oblastech došlo k omezení přístupu ke státní půdě ze strany vlády, a to např. v oblasti Rockies.

Infrastruktura plynovodů. Jedná se o schopnost transportovat zemní plyn z produkčních regionů ke spotřebním regionům a působí na dostupnost dodávek zemního plynu na trh. Mezistátní a vnitrostátní struktura plynovodů je limitována množstvím zemního plynu, které může denně dopravit a tím působí jako jakýsi „strop“ pro množství zemního plynu, který je dodáván na trh. Je nutno podotknout, že v současné době je infrastruktura plynovodů významná, neboť je odhadována denní doručovací kapacita ve výši 119 Bcf. I přesto však je kladen důraz na rozšíření struktury potrubí, které musí splňovat vzrůstající požadavky poptávky.

Finanční prostředí. Průzkum a produkce zemního plynu je kapitálově náročná činnost. V roce 1999 byl stanoven prostřednictvím Natinoal Petroleum Council odhad, ve kterém bylo zjištěno, že investice výrobní společnosti budou muset dosahovat \$ 1.44 trilion v letech 1999 - 2015, aby držely tempo s požadovaným růstem. Tato skutečnost vedla k významným tlakům na výrobní společnosti, zvláště pro malé firmy ve soukromém vlastnictví, aby zvýšily produkci.

2.2.2 Poptávka po zemním plynu

Poptávka po zemním plynu je především charakterizována vysokou závislostí na ročním období⁸. V minulosti se chovala sezónní povaha poptávky po zemním plynu následovně: nejvyšších hodnot poptávky bylo dosahováno během nejchladnějších zimních měsíců (leden, únor) a nejnižších během nejteplejších letních měsíců (červenec, srpen). Za primární impuls pro tento základní cyklus poptávky zemního plynu je považována potřeba

⁸ <http://www.naturalgas.org/business/demand.asp>

domovního a komerčního topení. Z důvodu sezónnosti zemního plynu byly skladovací kapacity v základním zatížení (*base-load*) navrženy tak, aby splňovaly požadované nároky na dostatečné zásoby.

Využití zemního plynu pro výrobu elektrické energie v USA však mělo za následek odchylku v tomto tradičním sezónním chování. Lze říci, že je zvýšená poptávka po zemním plynu odrazem zvýšené poptávky po elektrické energii. Z toho vyplývá, že elektřina, která je chápána jako primární zdroj energie pro domovní a komerční chladicí zařízení, má za následek menší špičky v poptávce zemního plynu během nejteplejších měsíců roku.

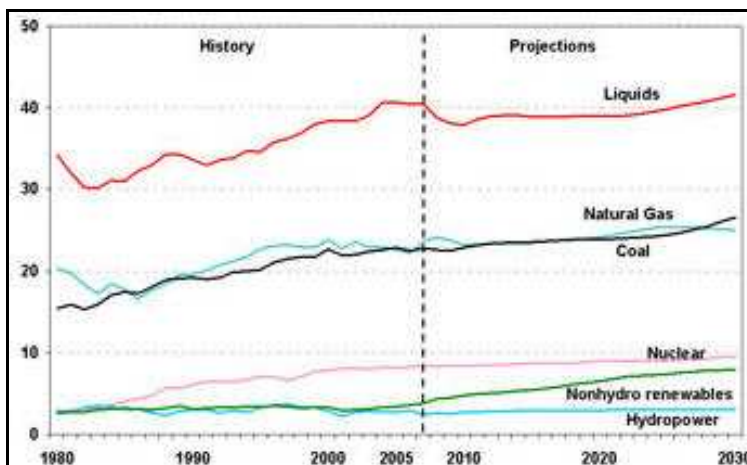
Mezi další faktory, které určují poptávku po zemním plynu, lze uvést následující charakteristiky.

Možnost palivových změn. Je známo, že nabídka a poptávka na trhu určují cenu zemního plynu. Tato cena pak může ovlivnit poptávku některých konzumentů, kteří mají možnost změnit typ používaného paliva. Zatímco většina domovních a komerčních zákazníků výhradně využívají zemní plyn, někteří průmysloví konzumenti mají možnost volby mezi palivy. Jako příklad lze uvést situace, kdy během období extrémně vysokých cen zemního plynu, mnoho elektrických generátorů vymění zemní plyn za levnější uhlí a tím klesne poptávka po zemním plynu.

Stav ekonomiky. Obecně může mít významný vliv na poptávku po zemním plynu, zvláště pro průmyslové spotřebitele. Předpokládejme, že se ekonomika nachází v expanzi, výstup z průmyslových sektorů se obecně zvětšuje ve stejném poměru. Naopak tomu je, když se ekonomika nachází v recesi, výstup z průmyslových sektorů upadá. Toto kolísání průmyslových výstupů, které je doprovázeno ekonomickými vzestupy a poklesy, má za následek ovlivňování množství zemního plynu spotřebovaného průmyslovými uživateli.

Jak lze vidět v Obr. 2.2, EIA odhaduje mírně rostoucí trend poptávky po zemním plynu, přičemž v roce 2030 by mohla dosahovat hodnoty 24,36 Tcf. Předpokládá se, že roční zvýšení poptávky po zemním plynu bude průměrně o 0,5 % během následujících 20 let.

Obr. 2.2 Predikce energetické spotřeby podle paliva do roku 2030



Zdroj: EIA - Annual Energy Outlook 2009 with Projections to 2030

V závěru lze říci, že tento odhadovaný trvalý vzestup může být značně ovlivňován legislativními změnami v oblasti klimatických podmínek, růstem ekonomiky v USA a populačními faktory.

2.3 Rizika trhu se zemním plynem

S rizikem se můžeme setkat prakticky kdekoli v tržním prostředí. Za hlavní rizikové faktory vyskytující se na trhu se zemním plynem lze považovat.

Rizikovou cenu energií. Pomocí rizikové ceny jsou producenti/distributoři neustále vystaveni nestabilním příjmům a zákazníci nepředvídatelným cenám.

Úvěrové riziko. Riziko, kdy protistrana není schopna dostát svým závazkům.

Likvidní riziko. Likvidita nám říká o snadnosti a jistotě, se kterou může být finanční instrument kryt peněžními prostředky. Likvidní riziko se pravděpodobně více vyskytuje na OTC trzích než u obchodních transakcí na burze. Je to proto, že tvůrci trhu jsou v souvislosti s obchodními instrumenty na burze žádáni kdykoliv zveřejňovat ceny. V rámci likvidního rizika můžeme hovořit také o likvidní tísní, která se vyskytuje, když se prodejní cena pro finanční instrumenty rozšiřuje na vyšší stupně a tím se daný instrument stane cenově nedosažitelný pro hráče na trhu.

Základní riziko. Uvažujeme plně zajištěné portfolio použitím kontraktů futures. V tomto případě základní riziko existuje, jelikož je zde možnost, že hodnota zajištění nemusí být přesně měněna ve stejné velikosti s hodnotou ceny expozice. Jako další příčinu základního rizika lze považovat to, že finanční instrumenty nejsou perfektně korelovány s podkladovými

aktivy. Není zde žádná garance, že ceny energetických kontraktů futures budou konvergovat k trhům fyzických instrumentů.

Operační riziko. Dle BIS⁹ je operační riziko definováno jako riziko ztráty vyplývající z neadekvátních nebo chybných vnitřních procesů, lidských systémů nebo vnějších událostí. Operační riziko měří nejistotu obklopující prostředí např. chyby, opomenutí, selhání v kontrolách a nebo také externí události mezi které patří výpadky napájení, zemětřesení atd.

Fyzické riziko. Riziko, že zemní plyn nebude doručen nebo transportován z předem určeného místa, viz Kaminski (2004).

2.4 Prognóza trhu

Následující část práce je věnována krátkodobé prognóze cen a spotřebě zemního plynu. Uvedená data pochází z internetových stránek EIA¹⁰.

Prognóza vývoje cen

Nejvyšší hodnota spotové ceny Henry Hub byla dosažena 7. ledna 2010, a to ve výši \$ 7,51 za MMBtu¹¹. Důvodem vysoké hodnoty bylo chladnější počasí než je obvyklé právě pro toto období. Avšak na konci měsíce ledna došlo k oteplení, a proto spotová cena Henry Hub dosahovala \$ 5,30 za MMBtu. I přes lednová chladna, která zapříčinila pokles zásob zemního plynu, plánované ceny odrážejí na konci zimy normální cenovou hladinu, která se pohybuje stále nad pětiletým průměrem.

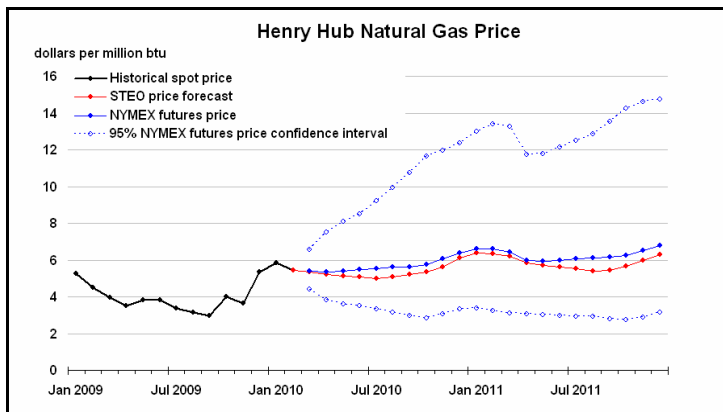
Relativně vysoký stav zásob v kombinaci se zvýšenou potenciální nabídkou z domácích zdrojů by měl držet růst cen zemního plynu pro rok 2010. Nicméně je nutné si uvědomit, že na růst cen může mít vliv jak extrémní počasí, tak i nepředvídatelná spotřeba v elektroenergetickém a průmyslovém sektoru. Dle prognózy je očekáváno, že se spotové ceny Henry Hub v roce 2010 budou dosahovat \$ 5,37 za MMBtu a \$ 5,86 za MMBtu v 2011.

⁹ Bank for International Settlement

¹⁰ EIA. *EIA - Short-Term Energy Outlook* [online]. 2010 [cit. 2010-03-09]. Dostupný z WWW: <<http://www.eia.doe.gov/emeu/steo/pub/contents.html>>.

¹¹ 10.000 million British thermal units (BTU - množství tepla, kterého je potřeba, aby teplota 1 libry vody vzrostla o 1 stupeň Fahrenheit)

Graf 2.2 Predikce cen Henry Hub Natural Gas

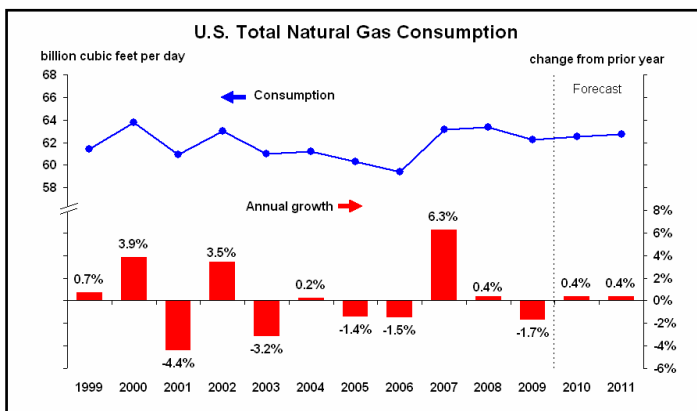


Zdroj: EIA – Short-Term Energy Outlook, February 2010

Spotřeba zemního plynu

Dle EIA se očekává, že dojde k růstu celkové spotřeby zemního plynu o 0,4 % na 62,5 Bcf/d¹² v roce 2010 a o dalších 0,4 % v roce 2011. Velmi chladné počasí během první poloviny ledna 2010, zvláště na jihovýchodě US, přispělo k 8,4 % skoku v původní předpokládané měsíční výši spotřeby zemního plynu v elektrárnách. Ačkoliv spotřeba zemního plynu v elektroenergetickém sektoru byla do té doby silná, z důvodu zvýšení počtu tepelných elektráren využívající uhlí a vyšších cen zemního plynu během zbytku roku, by mělo dojít v roce 2010 k redukci podílu elektráren spalujících zemní plyn. Plánovaný 1,3 % pokles spotřeby v elektroenergetickém sektoru je kompenzován dle předpovědi růstem spotřeby zemního plynu v domácím, komerčním a průmyslovém sektoru v roce 2010. Výhledový růst v celkové spotřebě zemního plynu v roce 2011 je dle EIA spojen se zlepšením ekonomických podmínek v průmyslovém sektoru.

Graf 2.3 Celková spotřeba zemního plynu v US



Zdroj: EIA – Short-Term Energy Outlook, February 2010

¹² Billion cubic feet per day

2.5 Regulace trhu se zemním plynem v USA

Regulační dohled nad mezistátním trhem zemního plynu byl nastartován v 30. letech 20. století jako reakce na znepokojení o možném uplatnění monopolní síly mezistátními společnostmi, jimiž jsou vlastněny hlavní plynovodní potrubí v USA. Tato znepokojení jsou stále brána za klíčové faktory ve sledování trhu a regulaci. V rámci trhu se zemním plynem byly zaznamenány největší změny v 70. letech 20. stol., kdy legislativní a regulační iniciativy v kombinaci s tržními silami vytvořily daleko více se rozvíjející konkurenční plynárenské odvětví. Důležitým mezníkem v historii regulace zemního plynu se stal rok 1978, kdy došlo ke stanovení stropových cen.

Na začátku 90. let byla zrušena státní regulace produkčních cen a byly zakázány mezistátní společnosti vlastníci potrubí, které zprostředkovaně nabízely zemní plyn. Kupujícím zemního plynu bylo umožněno vyjednávat o cenových opatřeních přímo s dodavateli nebo uzavírat kontrakty s obchodníky, kteří nabízeli balík těchto služeb. Byl zaznamenán také vývoj na trzích s futures, opcemi a na sekundárních trzích vývoj práv kapacit plynovodů. Došlo k zvýšení dovozu a vývozu zemního plynu a k implementaci četných environmentálních a bezpečnostních opatření skrz průmysl.

Mezi klíčové legislativní a regulační mezníky v rámci trhu se zemním plynem jsou řazeny např. Natural Gas Act of 1938, Natural Gas Policy Act of 1978, Natural Gas Wellhead Decontrol Act of 1989, NYMEX Issues First Natural Gas Futures Contract (1990), Lifting of the Moratorium on Offshore Drilling (2008) atd., viz Kaminski (2005).

2.6 Kontrakty na trhu se zemním plynem

Na trhu se zemním plynem rozlišujeme dva základní typy obchodování, a to fyzické a finanční obchodování. Fyzická dodávka zemního plynu je považována za základní typ, který zahrnuje nákupy a prodeje fyzické komodity. Na druhé straně finanční obchodování zahrnuje deriváty a další sofistikované finanční instrumenty, ve kterých kupující a prodávající nikdy nepřevezme zemní plyn v jeho fyzické podobě.¹³

¹³NaturalGas.org [online]. 2004 [cit. 2010-03-10]. Marketing. Dostupné z WWW: <<http://www.naturalgas.org/naturalgas/marketing.asp>>.

Pojem deriváty ve finanční terminologii obecně označuje finanční aktiva, jejichž hodnota v době zralosti je jedinečným způsobem odvozená od stavu podkladových hodnot. Podkladem derivátů mohou být různá finanční aktiva, jako akcie, měny, úrokové sazby či komodity jako je zemní plyn, ropa, elektřina atd.

Lze rozlišit dvě základní skupiny finančních derivátů – termínové kontrakty a opční kontrakty.

Jak uvádí Dluhošová (2006) „Termínové kontrakty jsou charakteristické tím, že oba subjekty jsou v těsné pozici a musí tedy dodržet předem stanovené závazky.“ Příkladem mohou být forwardy (povinnost nákupu/prodeje podkladového aktiva v době zralosti za předem stanovenou cenu), futures (tj. standardizované forwardy) a swapy (opakovaná směna stanovených aktiv).¹⁴

Oproti tomu pro opční kontrakty je typické nesymetrické rozdělení práv a povinností. Zatímco kupující se nachází ve volné pozici a má možnost volby využít právo vyplývající z vlastnictví opce, prodávající je v těsné pozici, tzn. je zavázán splnit přání kupujícího.

Další část práce bude věnována základním druhům obchodů na energetickém trhu se zemním plynem. Mezi tyto druhy obchodů patří spotové, futures a opční kontrakty.

2.6.1 Spotové obchody

Zemní plyn je obchodován pomocí kontraktů s fyzickou dodávkou na spotovém trhu nebo dlouhodobých kontraktů. Jelikož je světový trh se zemním plynem rozdělen do rozdílných regionálních trhů, je nemožné hovořit o celosvětové ceně zemního plynu, jak je známo u ropy. Jako příklad lze uvést trh v USA, který je vysoce liberalizován, ceny jsou velmi konkurenční a odpovídají nabídce a poptávce. Spotový trh v USA je charakterizován značným počtem účastníků a přímým kontaktem mezi producenty a zákazníky. Jako ukázkou zemního plynu ve spotových cenách lze uvést např. the Henry Hub Index, the New York City Gate a the Chicago City Gate.¹⁵

¹⁴TICHÝ, T., *Deriváty na elektrickou energii*, s. 435.

¹⁵GEMAN, H., *Commodities and commodity derivatives: modelling and pricing for agriculturals, metals, and energy*, s. 237.

Denní spotový trh¹⁶ se zemním plynem je aktivní a může se na něm obchodovat 24 hodin denně, sedm dní v týdnu. Ačkoliv, na trhu se zemním plynem je dosahováno největších obchodních objemů v posledním týdnu každého měsíce, který je znám pod pojmem „*bid week*“. V době *bid week* se snaží producenti prodat jejich hlavní produkci a zákazníci zase koupit zemní plyn pro nastávající měsíc. V hlavní nabídce nebo poptávce zemního plynu se neočekává změna.

2.6.2 Futures kontrakty

Navzdory růstu trhu spotových cen zemního plynu, pomocí něhož je dosahováno větší flexibility, většina zemního plynu, se kterým se obchoduje na mezinárodní úrovni, je stále ve formě dlouhotrvajících kontraktů jako je futures.

Futures je definován jako finanční derivát znamenající povinnost držitele koupit podkladové aktivum S v daný okamžik T (v době zralosti) za předem určenou realizační (dodací) cenu X . Při stanovení kontraktu je jednoznačně určena doba zralosti T , dodací cena X a rovněž veškeré podrobnosti týkající se typu, kvality a množství podkladového aktiva S a způsobu jeho vypořádání. Jedná se o takový cenný papír, jehož hodnota je odvoditelná od hodnoty podkladového aktiva a současně vykazuje oboustranný vyvážený vztah mezi stranami kontraktu, a to mezi stranou s dlouhou pozicí (kupujícím) a stranou s krátkou pozicí (prodávajícím). Držitel kontraktu tak odkládá vlastnictví podkladového aktiva až po dobu zralosti.

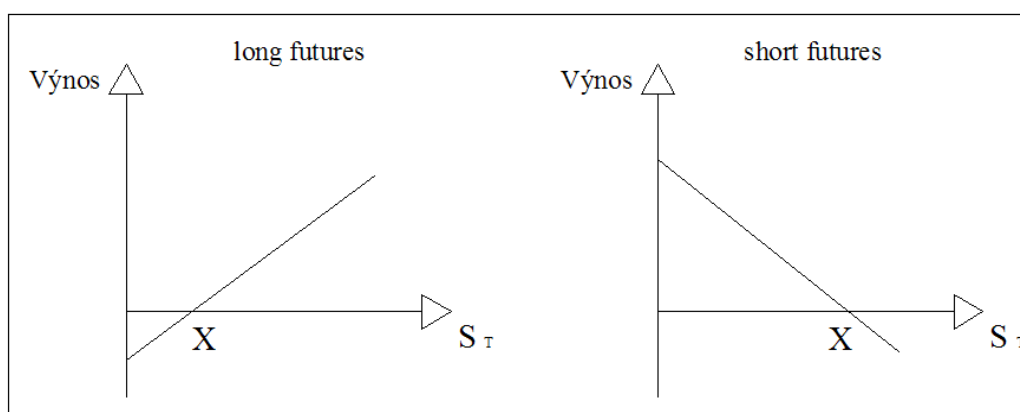
Pro daný čas t , necht' $F_{t,T}(T)$ označuje cenu futures kontraktu expirujícího v čase T . Předpokládá se, že v době expirace cena futures konverguje ke spotové ceně S_T podkladového aktiva futures kontraktu,

$$F_{t,T}(T) = S_T. \quad (2.1)$$

Futures přináší svému držiteli (kupujícímu) pozitivní peněžní tok, pokud $S_T > X$, a záporný peněžní tok (loss), pokud $S_T < X$. Opačně tomu tak je pro výstavce kontraktu (prodávajícího), který je v tzv. *krátké pozici* viz Obr. 2.3.

¹⁶NaturalGas.org [online]. 2004 [cit. 2010-03-10]. Marketing. Dostupné z WWW: <<http://www.naturalgas.org/naturalgas/marketing.asp>>.

Obr. 2.3 Výplata futures v době zralosti T v závislosti na ceně podkladového aktiva S_T



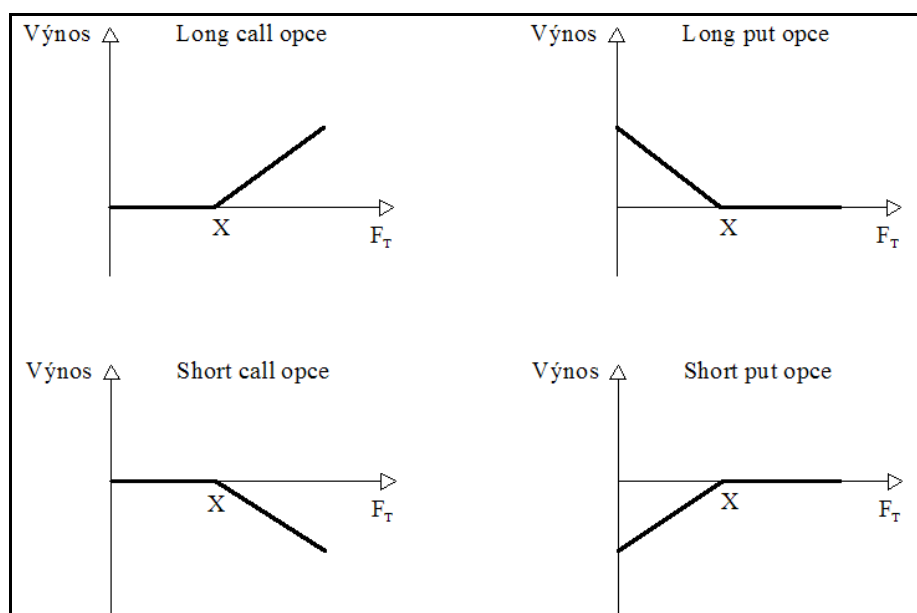
2.6.3 Opční kontrakty

Opce představuje právo vlastníka opce učinit ve stanovenou dobu za předem stanovených podmínek obchod s předem určeným aktivem, v tomto případě zemním plynem. Držitel opce má rovněž právo se v době zralosti opce rozhodnout, zda opci využije či nikoliv.

Obecně lze opce členit z hlediska momentu využití opce. Do této kategorie řadíme evropské a americké opce. Evropskou opci lze využít pouze v momentu realizace, zatímco americká je využitelná kdykoliv po celou dobu do momentu realizace.

Opce jsou také členěny na tzv. plain vanilla opce a exotické opce. Jak uvádí Dluhošová (2006) „Základními jednoduchými (Plain Vanilla) opcemi jsou put opce a call opce. Jejich rozdíl spočívá v opčním právu, které má kupující opce. V případě call (kupní) opce má právo koupit a v případě put (prodejní) opce má právo prodat podkladové aktivum za realizační cenu.“ V níže uvedeném Obr. 2.4 jsou zobrazeny výplaty z krátkých a dlouhých pozic u plain vanilla opcí.

Obr. 2.4 Grafické znázornění výplatních funkcí u call a put opcí



Exotické opce jsou mnohem komplikovanější druhy finančních opcí, které lze charakterizovat podle hledisek jako je např. typ výplatní funkce, typ podkladového aktiva, počet podkladových rizikových aktiv atd. V kontextu s energetickým trhem, lze říci, že opce které jsou považovány za exotické na peněžním trhu, jsou na energetickém trhu brány jako plain vanilla opce.

2.6.3.1 Exotické opce

Asijské opce

Většinový podíl na energetických trzích je reprezentován asijskými opcemi¹⁷, které řadíme mezi Path Dependent (funkce s pamětí). Charakteristickým znakem asijských opcí je skutečnost, že je použit u těchto opcí průměr namísto diskretní ceny. Asijské opce jsou známy jako opce s průměrnou cenou podkladového aktiva. Známe dva rozličné typy: s vypořádáním v hotovosti s expirací na konci průměrného období a opce pro dodání energie v určitém časovém úseku v budoucnosti. První typ je často využíván v souvislosti se zemním plynem na OTC trzích. V době expirace opce je cena opce vypočítána jako průměrná cena během stanoveného časového období dle kontraktu. Obvykle jsou tyto opce obchodovány v podobě cap (horní limit) a floor (spodní limit) opcí. Druhým typem asijských opcí, a taky často se

¹⁷ PILIPOVIČ, D., *Energy risk: valuing and managing energy derivatives*, s. 130.

vyskytující na energetických trzích, jsou opce pro dodání energie během stanoveného období, kdy k expiraci opce dochází před doručením.

Swing opce

Vzhledem k složitým zákonitostem spotřeby a omezenosti skladování energií bylo mnoho kontraktů na energetických trzích navrženo tak, aby splňovaly požadavek na flexibilitu dodávky s ohledem na načasování a množství spotřebované energie. Tyto kontrakty jsou známé jako swing nebo *take-or-pay* opce. Swing opce umožňují držiteli opakovaně uplatnit právo měnit dodávané množství energie během určitého rozmezí. Není tedy přesně stanoveno podkladové množství. To je pouze omezeno shora i zdola.

Swing kontrakt je složen ze dvou částí, a to z base-load forwardu a swing opce. Base-load forward specifikuje pro dané období a za předem stanovenou cenu množství komodity, která má být dodána v průběhu stanoveného intervalu. Swingovou částí opce je umožněna pružnost v dodávaném množství kolem velikosti base-load kontraktu. Existuje mnoho typů swing kontraktů, které však mají společné charakteristiky.

Je-li bráno v úvahu, že 0 je časový okamžik sepsání smlouvy, opce vstoupí v platnost v průběhu období $[T_1, T_2]$, $0 \leq T_1 < T_2$. Toto období se obvykle shoduje s obdobím *base-load* kontraktu. V rámci tohoto období opravňuje swing opce majitele k výkonu až N -práv. Rozličná práva mohou vést k různým typům swing opcí. Ve všech případech však musí být právo vykonáno pouze pro diskrétní soubor hodnot $\{\tau_1, \dots, \tau_n\}$ s $T_1 \leq \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_n \leq T_2$, s nanejvýš jedním právem pro určitou dobu.

Natural gas daily options

Dalším typem opce s dlouhou historií na trhu se zemním plynem je denní call opce, pomocí níž je kupujícímu dovoleno odebrat další jednotky zemního plynu ve velmi krátké době např. v jednom dni. Takovéto opce mají několik zajímavých vlastností jako je *forward start* a množstevní omezení. *Forward start* opce v čase t_0 říká, že se jedná o opci s realizační cenou, která bude stanovena v čase $t_1(t_1 > t_0)$ *at-the-money*¹⁸ a která vyprší v čase $t_2(t_2 > t_1)$. Cena každé opce v čase t_0 se rovná ceně odpovídající *at-the-money* opce jejíž čas do doby splatnosti je $t_2 - t_1$, je ohodnocený v čase t_1 a potom diskontovaný zpět do času t_0 . Realizační cena opce se rovná indexu plynu pro danou lokaci na počátku měsíce dodávky,

¹⁸ v penězích, pokud $VH > 0$

který je stanoven v opci. Index je založen na průzkumech transakčních cen během *bid week* a reflektuje převládající podmínky na trhu a bývá sestavován na základě telefonického průzkumu průmyslovými tisky jako je např. Natural Gas Week.

Spread opce

Na všech komoditních trzích se můžeme setkat s několika formami spread opcí. V případě spread opce má držitel právo, nikoliv závazek, uzavřít forwardový nebo spotový spread kontrakt. Jedná se o běžnou call či put opci s výjimkou toho, že podkladovým aktivem je dvoukomoditní portfolio namísto jednoho kontraktu. Spready jsou nejčastěji kategorizovány dvěma způsoby.

Spread mezi dvěma komoditami, tento spread reprezentuje „kvalitativní“ spread. Na energetických trzích se často vyskytuje mezi palivovým vstupem jako je zemní plyn, ropa, uhlí a výstupem, který je buď rafinovaný produkt nebo elektřina. Můžeme je dále členit na *crackspread* a *sparksread*.

Calendar spread, který je velmi populární na trhu s komoditami, zejména kvůli jejich sezónním vlastnostem. Typická výplata v době splatnosti T lze znázornit následovně,

$$C(T) = \max(0, F^{T_1}(T) - F^{T_2}(T)), \quad (2.2)$$

kde pomocí $T \langle T_1 \rangle T_2$ je prakticky znázorněno, že se jedná o futures calendar spread, viz Geman (2005).

2.7 Newyorská komoditní burza NYMEX

Komoditní burza New York Mercantile Exchange byla založena v roce 1872 pod jménem „Butter and Chees Exchange of New York“. Byla považována za největší světovou komoditní burzu a přední obchodní fórum pro energie a vzácné kovy.

Celosvětově první futures kontrakt na zemní plyn se uskutečnil na burze NYMEX v dubnu roku 1990. S opční kontrakty se začalo obchodovat o něco později tj. v říjnu 1992.¹⁹

V roce 2008 se NYMEX stala součástí CME Group, čímž vznikla největší finanční burza na světě, na které se obchoduje se zemědělskými plodinami, energiemi, surovinami,

¹⁹ GEMAN, H., *Commodities and commodity derivatives: modelling and pricing for agriculturals, metals, and energy*, s. 288.

indexy, úrokovými sazbami atd. Mnoho z obchodovaných kontraktů na této burze jsou celosvětově používány jako srovnávací ukazatele.

Na energetickém trhu CME Group lze obchodovat třemi způsoby. Mezi něž patří CME Globex, který je formou elektronického obchodování na burze. Dále mimoburzovní systém obchodování CME ClearPort a Trading Floor (tradiční obchodování formou *open outcry*²⁰), který je umožněn na obchodním parketu v New Yorku.

2.7.1 Typologie kontraktů se zemním plynem na burze NYMEX

Výchozím zdrojem pro typologii kontraktů se zemním plynem na burze NYMEX jsou internetové stránky Natural Gas²¹ a CME Group²².

Na trhu se zemním plynem rozlišujeme dva základní typy obchodování, a to buď ve formě *fyzické dodávky zemního plynu* nebo *finančního obchodování*. Fyzická dodávka zemního plynu je považována za základní typ, který zahrnuje nákupy a prodeje fyzické komodity. Na druhé straně finanční obchodování zahrnuje deriváty a další sofistikované finanční instrumenty, ve kterých kupující a prodávající nikdy nepřevzme zemní plyn v jeho fyzické podobě.

Jako u všech komoditních trhů, volatilita, která je spojena s cenami zemního plynu, žádá užití finančních derivátů k zajištění proti riziku pohybu cen. Kupující a prodávající se zajišťují pomocí derivátů k redukci cenového rizika. Spekulátoři na druhé straně využívají riziko, aby mohly těžit ze změn v cenách zemního plynu. Obchodovat se zemním plynem na spotovém trhu znamená vydělávat na vysokých obrátech, jak je to jen možné. Obchodování s finančními deriváty a ostatními kontrakty převážně vede k zajištění rizik spojených s fyzickou dodávkou nebo spekulací na pohybech trhu.

Na trhu se zemním plynem existuje mnoho typu **kontraktů s fyzickou dodávkou zemního plynu**, které jsou charakterizovány společnými vlastnostmi. Mezi tyto vlastnosti řadíme specifikace kupujícího a prodávajícího, ceny, množství zemního plynu, které má být prodáno (znázorněná v objemu za den), dodací místo, doba trvání kontraktu (znázorněná počtem dní) a ostatní okolnosti a podmínky.

²⁰ Metoda obchodování na komoditních trzích, při které jsou zadávány ústní příkazy k nákupu a prodeji brokerovi, který se nachází přímo na prknech burzy.

²¹ *NaturalGas.org* [online]. 2004 [cit. 2010-03-10]. Marketing. Dostupné z WWW: <<http://www.naturalgas.org/naturalgas/marketing.asp>>.

²² *CmeGroup.com* [online]. 2010 [cit. 2010-03-28]. Energy Products Homepage. Dostupné z WWW: <<http://www.cmegroup.com/trading/energy/>>.

Fyzické kontrakty jsou často sjednány mezi kupujícím a prodávajícím po telefonu. Nicméně, elektronické vývěsní stanice a stránky s elektronickým obchodováním dovolují umístit větší množství fyzických transakcí.

Transakce na trhu s fyzickou dodávkou zemního plynu jsou vedené denně nebo měsíčně. Měsíční transakce jsou často vedeny během *bid week*, což je obvykle mezi 20. a 25. dnem každého kalendářního měsíce předcházející smluvnímu měsíci. Tyto transakce zajistí nabídku pro předvídatelnou část spotřebitelské poptávky v případě, když jsou sítě denního trhu mimo rovnováhu. V rámci *bid week* na měsíčním trhu je stanoven benchmark nebo-li cenový index. Nejedná se však o cenu specifického kontraktu, ale o průměrnou cenu, za kterou se obchodují měsíční kontrakty.

Na burze existují tři základní typy kontraktů s fyzickou dodávkou: swing kontrakty, base load kontrakty a pevné kontrakty.

Swing nebo-li *intervalové kontrakty* jsou kontrakty krátkého období se splatností od jednoho dne avšak ne déle než jeden měsíc. V případě swing kontraktu je dáno, že ani jedna strana není zavázána k doručení nebo k přijetí přesně stanoveného množství plynu. Tyto kontrakty jsou velmi flexibilní a jsou obvykle použity tam, kde je nabídka prodávajícího nebo poptávka kupujícího nespolehlivá.

Base load kontrakty jsou podobné swing kontraktům. Ani kupující ani prodávající není povinen doručit nebo přijmout přesně stanovené množství plynu. Ačkoliv je dohodnuto, že se obě strany pokusí doručit nebo přijmout stanovené množství na bázi největšího užitku. Kromě toho, obě strany obvykle souhlasí neukončit dohodu kvůli tržním pohybům cen. Z důvodu této charakteristiky lze říci, že base load kontrakty nejsou zákonné tzn. není zde legální pomoc pro stranu pokud věří, že druhá strana neudělala to nejlepší úsilí splnit dohodu.

Pevné kontrakty jsou odlišené od swing a base load kontraktů v tom, že v případě selhání jedné strany, druhá strana může využít zákonného uplatnění jak je stanoveno ve smlouvě. Protistrany jsou závazně povinny doručit nebo přijmout množství plynu stanovené v kontraktu. Tyto kontrakty jsou využívány tehdy, když jak nabídka tak poptávka pro stanovené množství zemního plynu se nepříznivě mění nebo klesá.

Mezi další významnou skupinou na trhu se zemním plynem jsou řazeny deriváty a finanční instrumenty. Deriváty se vyskytují podle složitosti od zcela jednoduchých až po mimořádně komplexní. Tradičně, většina derivátů je obchodována na OTC trzích.

Na burze NYMEX je obchodováno v souvislosti se zemním plynem s následujícími typy derivátů, přičemž dále bude podrobněji rozebrán Natural Gas Henry Hub Futures:

- *Natural Gas (Henry Hub) (NG)*,
- *Henry Hub Natural Gas Last-Day – Financial (HH)*,
- *Henry Hub Natural Gas Penultimate – Financial (HP)*,
- *E-mini Natural Gas (Henry Hub) – Financial (QG)*,
- *Henry Hub Natural Gas Penultimate Swap – Financial (NP)*,
- *Henry Hub Natural Gas Swap – Financial (NN)*.

2.7.1.1 Natural Gas Henry Hub Futures

Henry Hub Natural Gas Futures (fyzický)²³ je přímý kontrakt mezi kupujícím a prodávajícím, pomocí něhož je nabízena příležitost pro řízení rizik vyplývajících z vysoké volatility cen zemního plynu. Kontrakt je široce používán jako národní srovnávací měřítko zobrazující téměř jednu čtvrtinu energií pocházející ze zemního plynu v USA. Pomocí tohoto kontraktu je zobrazován trh, založený na cenovém vztahu mezi Henry Hub a jinými důležitými tržními centry zemního plynu v kontinentální USA a Kanadě. Mezi další charakteristiky se řadí následující.

Je považován za druhý největší futures kontrakt na světě, ve kterém je podkladovým aktivem fyzická komodita.

Cena je založena na dodávce plynu z Henry Hub v Louisianě, který je složen z 16-ti vnitrostátních a mezistátních plynovodů.

Je obchodován metodou open outcry, elektronicky na CME GLOBEX, mimoburzovním zúčtováním jako EFS, EFP nebo blokovým obchodem přes CME ClearPort.

S Henry Hub Natural Gas Futures se obchoduje ve formě americké, evropské, calendar spread a denní opce, viz Příloha č. 2.

²³ CME Group [online]. 2010 [cit. 2010-03-11]. Henry Hub Natural Gas. Dostupné z WWW: <http://www.cmegroup.com/trading/energy/natural-gas/natural-gas_contract_specifications.html>.

Tab. 2.1 Charakteristické znaky Henry Hub Natural Gas Futures

Futures	Henry Hub Natural Gas Futures	Cena kotace	US \$ a centy na MMBtu
Označení	NG	Minimální cenový přírůstek	\$ 0,001/MMBtu
Místo obchodování	CME Globex, CME ClearPort, Open Outcry	Typ vypořádání	fyzické
Maximální denní cenová fluktace	\$3.00/mmBtu tzn. \$ 30,000 za kontrakt pro všechny měsíce	Smluvní jednotka	10,000 MMBtu
Omezení obchodování	Obchodování v libovolném měsíci musí být zastaveno tři obchodní dny před prvním dnem měsíce dodávky.		

3 Metody a přístupy k ocenění derivátů na zemní plyn

V teoretické části diplomové práce je hlavní pozornost věnována stochastickým procesům cenového vývoje zemního plynu. Dále jsou zde objasněny principy a metody oceňování derivátů.

3.1 Oceňování futures na zemní plyn

Dodací cena futures kontraktu $F_{t,T}$, jehož podkladovým aktivem je zemní plyn se spotovou cenou S_t , je definována jako,

$$F_{t,T} = S_t \cdot e^{r(T-t)}, \quad (3.1)$$

kde r je bezriziková sazba, T je datum splatnosti futures kontraktu.

Vnitřní hodnota futures na zemní plyn v dlouhé pozici v době zralosti je definována následující výplatní funkcí,

$$VH_T = S_T - X, \quad (3.2)$$

kde X je realizační cena futures.

V případě krátké pozice je vnitřní hodnota futures na zemní plyn stanovena jako

$$VH_T = X - S_T. \quad (3.3)$$

Dalším důležitým pojmem v souvislosti s oceněním zemního plynu je opční prémie (*Option Price*) nebo-li cena opce, kterou platí kupující derivátu při uzavření kontraktu za opční práva. Opční prémie je složena ze dvou složek: vnitřní hodnoty a časové hodnoty opce. Vnitřní hodnota opce v čase t představuje potencionální zisk, který by plynul při uplatnění opce v čase t a závisí na vztahu promptního kurzu podkladového instrumentu S v čase t a na realizační ceně opce X .

Vnitřní hodnota pro call opci je vyjádřena vztahem,

$$VH = \max(S_t - X; 0). \quad (3.4)$$

Vnitřní hodnota opce pro put opci je definována takto,

$$VH = \max(X - S_t; 0). \quad (3.5)$$

3.2 Metody oceňování derivátů

V současnosti existuje několik metod oceňování derivátů mezi které patří analytické, numerické a simulační metody.

Analytické metody jsou založeny na tom, že je nalezen pomocí matematického odvozování a matematických pravidel vzorec pro ocenění opcí. Mezi nejznámější analytické modely řadíme B-S model a Blackův model. B-S model je založen na bázi spojitého přístupu. Za modifikaci tohoto modelu lze požadovat Blackův model, který umožňuje ocenění evropských opcí, jejichž podkladovým aktivem jsou futures, resp. forwardové ceny.

U numerických metod se vychází z toho, že se numericky napodobí proces v diskrétních intervalech a nalezne se cena opce. Tyto metody se člení na tři skupiny. Do první skupiny numerických metod patří binomický model, trinomický model a multinomické metody. Druhou skupinou numerických metod jsou metody konečných prvků, které využívají pro ocenění opcí aproximační síť.

Třetí skupinu numerických metod představují simulační metody. Mezi nejčastější simulační metody patří metody simulace Monte-Carlo a simulace Quasi-Monte-Carlo.

Pro volbu nejvhodnější metody ocenění je nutné posoudit, zda se bude jednat o diskrétní či spojitý přístup ocenění, o jaký typ oceňovaného derivátu jde, dle jakého procesu se vyvíjí ceny podkladového aktiva opce atd.

3.3 Členění stochastických procesů

Jak již bylo zmíněno, důležitou součástí oceňování derivátů je rozpoznání procesu, podle kterého se vyvíjí cena podkladového aktiva. Základem pro vyjádření chování finančních aktiv jsou stochastické procesy obsahující rizikovou složku, které lze vyjádřit pomocí *stochastických diferenciálních rovnic*.

Stochastické diferenciální rovnice jsou jednoduché pravděpodobnostní modely, které dovolují modelovat vývoj ceny v čase a přiřadit pravděpodobnost k možným cenám jako funkci současných spotových a forwardových cen, viz Lewis (2005).

Ve finančním modelování se vychází z předpokladu, že změna tržní proměnné x se skládá z deterministické (trendové) a stochastické (náhodné) složky. Deterministická složka představuje tu část procesu, kterou můžeme s jistotou v budoucnu očekávat. Naproti tomu

stochastická složka je náhodná a její vývoj v čase jsme schopni predikovat prostřednictvím vhodného pravděpodobnostního rozložení.

Jak uvádí Zmeškal (2004) „Pro finanční aktiva je charakteristický náhodný vývoj v čase a tento průběh bývá označován jako stochastický proces. V zásadě lze tento proces popsat diskrétně s aplikacemi při simulacích nebo spojitě s využitím zejména při analytickém řešení. Klíčovými pojmy v této souvislosti jsou Wienerův proces, Brownův geometrický proces, Itôův proces a Itôova lema.“

3.3.1 Wienerův proces

Základním prvkem dále uvedených procesů je Wienerův proces, někdy označován jako *specifický Wienerův proces*, jenž vychází ze dvou klíčových předpokladů. První předpoklad udává, že predikované ceny jsou ovlivňovány pouze aktuální cenou a nikoli historickými cenami. Druhým předpokladem je nezávislost změn cen v čase. Wienerův proces je definován následovně,

$$\tilde{z}_t - z_0 = dz = \tilde{z} \cdot \sqrt{dt} = 0 + \tilde{z} \cdot \sqrt{dt}, \quad (3.6)$$

kde \tilde{z} je náhodná proměnná z normovaného normálního rozdělení $N(0;1)$. Jedná se tedy o proces s nulovým trendem skládající se pouze z reziduální složky. Přírůstek náhodné veličiny se podle specifického Wienerova procesu rovná náhodné veličině generované z normovaného normálního rozdělení násobené odmocninou přírůstku času.

Střední hodnota procesu je $E(dz) = 0$, rozptyl je $\text{var}(dz) = t$, směrodatná odchylka je $\sigma(dz) = t$.

3.3.2 Brownův proces

Aritmetický Brownův proces, někdy nazýván jako zobecněný Wienerův proces, je složen z lineární trendové složky a reziduální složky, která odpovídá specifickému Wienerovu procesu. Tento proces je definován následovně,

$$dx = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz \quad (3.7)$$

kde $\alpha \cdot dt$ představuje trendovou část procesu, $\sigma \cdot dz$ vyjadřuje reziduální složku a dz je specifický Wienerův proces.

Geometrický Brownův proces (GBM) je velmi často používán ve finančním modelování. Dle tohoto procesu se cena vyvíjí exponenciálním trendem a předpokládá se

logaritmicko-normální rozdělení pravděpodobnosti cen, což znamená, že ceny neklesnou do záporných hodnot. GBM je vhodný pro vyjádření výnosu a je určen takto,

$$dS_t = \alpha \cdot S_t \cdot dt + \sigma \cdot S_t \cdot dz, \quad (3.8)$$

kde α uvádí průměrný výnos za období jednoho roku, σ představuje směrodatnou odchylku za rok. Symbol S_t znamená cenu podkladového aktiva a dS_t je její náhodný přírůstek. Výše uvedený vztah lze zapsat i tak, aby byla patrna interpretace jednotlivých parametrů a celého procesu,

$$\frac{dS_t}{S_t} = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz. \quad (3.9)$$

Adekvátnost využití GBM pro modelování energetických cen může být sporná, jelikož předpoklad, tj. kontinuální změny proměnných, nemodeluje velké změny nebo skoky, které se často vyskytují na energetickém trhu. Tudíž tato skutečnost může do jisté míry omezovat použitelnost GBM pro mnoho energetických produktů, speciálně pro těžko skladovatelné produkty jako je elektřina, viz Lewis (2005).

Dalším významným procesem je *geometrický Brownův proces s logaritmickými cenami*, který je využíván při analytickém oceňování opcí. Předpokládá se, že cena se vyvíjí dle GBM procesu s využitím Itôovy lemy, která je definována tímto způsobem,

$$dG = \left[\left(\frac{\partial G}{\partial S} \cdot a(.) \right) + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \cdot b^2(.) \right] \cdot dt + \frac{\partial G}{\partial S} \cdot b(.) \cdot dz, \quad (3.10)$$

pro funkci

$$G = \ln S, \quad (3.11)$$

pak dostaneme tuto rovnici,

$$dG = d \ln S = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dz, \text{ kde } \mu = \alpha - \frac{1}{2} \sigma^2. \quad (3.12)$$

3.3.3 Itôův proces

Itôův proces je řazen mezi stochastické procesy. Za jeho specifickou vlastnost lze považovat, že je zobecněním zvláštních případů Wienerova a Brownova procesu. Je definován následovně,

$$dx = a(x;t) \cdot dt + b(x;t) \cdot dz, \quad (3.13)$$

kde $a(\cdot)$ je přírůstek a $b(\cdot)$ směrodatná odchylka změny proměnné. Koeficienty a a b mohou záviset jednak na nějaké náhodné veličině x a jednak se mohou měnit s časem t .

3.3.4 Mean reversion procesy

Mean reversion procesy jsou charakteristické cenami s určitou mírou paměti předchozích cenových změn. Obecně se procesy mean reversion z dlouhodobého hlediska navracejí ke střední hodnotě, proto se u těchto procesů určují vstupní parametry jako je *mean reversion úroveň*, tj. dlouhodobá rovnovážná cena, a *mean reversion rychlost*, s jakou se ceny navracejí na svou rovnovážnou úroveň. Mean reversion modely jsou používány při zjišťování cen podkladového aktiva, a to zvláště u energetických produktů jako je zemní plyn a ropa.

3.3.4.1 Ornstein-Uhlenbeckův proces

Ornstein-Uhlenbeckův mean reversion proces je definován následovně,

$$dS_t = \eta(\bar{S} - S_t)S_t dt + \sigma S_t dz, \quad (3.14)$$

kde je cena aktiva vracející se k úrovni \bar{S} v dlouhém období v rychlosti dané pozitivním parametrem η , tzv. mean reversion rate, který vyjadřuje intenzitu, s jakou se ceny navracejí na svou dlouhodobou úroveň. Čím větší je η , tím rychleji se ceny vrátí zpět.

V praxi používaná aritmetická verze tohoto modelu je definována dle rovnice,

$$\frac{dS_t}{S_t} = \eta(\bar{S} - S_t)dt + \sigma dz. \quad (3.15)$$

Ornstein-Uhlenbeckův model s dlouhodobými logaritmickými cenami, viz Pilipovič (1998), je definován následovně,

$$d \ln S_t = \eta(\ln \bar{S} - \ln S_t)dt + \sigma dz. \quad (3.16)$$

Za použití substituce $X_t = \ln S_t$ dostaneme aritmetickou verzi tohoto modelu,

$$dX_t = \eta(\ln \bar{S} - X_t)dt + \sigma dz. \quad (3.17)$$

Díky výše uvedenému modelu je zajištěna pozitivita cen zemního plynu a také zvýšena pravděpodobnost výskytu vysokých cen.

3.3.4.2 Schwartzův model

Mezi mean reversion procesy je také řazen Schwartzův model, ve kterém lze najít společné znaky s Ornstein-Uhlenbeckovým modelem. Jeho matematické vyjádření je následující,

$$dS_t = \eta(\ln \bar{S} - \ln S_t)S_t dt + \sigma S_t dz. \quad (3.18)$$

Je známá také výnosová verze Schwartzova modelu, a to

$$\frac{dS_t}{S_t} = \eta(\ln \bar{S} - \ln S_t)dt + \sigma dz_t. \quad (3.19)$$

Za nespornou výhodu modelu lze uvést závislost dlouhodobé cenové úrovně na volatilitě a současně na parametru intenzity přiblížování k této úrovni.

3.3.4.3 Sezónnost

Zemní plyn je znám pro svou sezónnost, která vzniká např. z důvodu změn spotřebitelského chování, následkem povětrnostních vlivů atd. Jednoduchý model pro stanovení spotových cen komodit, zahrnující sezónní vlivy, za skutečné pravděpodobnosti P^{24} je určen takto,

$$\ln S(t) = f(t) + X(t), \quad (3.20)$$

kde $f(t)$ je deterministický komponent zahrnující sezónnost cen,

$$dX(t) = (\alpha - \beta X(t))dt = \sigma dz_t. \quad (3.21)$$

Použitím logaritmických cen jsou zaručeny pozitivní hodnoty. Složkou $X(t)$ je vyjadřován Ornstein-Uhlenbeckův proces. Deterministická funkce $f(t)$, která je obvykle vyjádřena jako sinus nebo cosinus s roční nebo půlroční pravidelností, stejně jako parametry α , β a σ , je odvozena z databáze spotových cen.

3.3.5 Jump diffusion procesy

Ceny energií se často projevují nenadálými, neočekávanými a nesouvislými změnami. Přítomnost skoků je významným prvkem v chování energetických cen. Ve skutečnosti empirická charakteristika nenadálých skoků u mnohých energetických produktů byla použita k vysvětlení nesrovnalostí mezi aktuálním stanovováním ceny energetických exotických opcí a teoretickými předpověďmi. Lze říci, že ignorování těžkých konců v případě extrémních cenových změn může vést k neefektivním hedgingovým strategiím a k chybnému určení cen aktiv. Praktický stochastický proces pro energetické produkty by měl zachytit následky dočasných nabídkových šoků, které jsou následkem cenových skoků.

²⁴ GEMAN, H., *Commodities and commodity derivatives: modelling and pricing for agriculturals, metals, and energy*, s. 67.

3.3.5.1 Poissonův proces

Poissonův proces je pojmenován podle francouzského matematika S. D. Poissona. Je charakterizován tím, že na malém intervalu o délce dt se neobjeví žádný skok, nebo nastane skok o velikosti jedna s pravděpodobností odpovídající délce časového intervalu. Neexistuje případ, kdy by došlo ke dvěma či více skokům přesně v jednom časovém okamžiku nebo místě v prostoru. Je charakterizován nulovým počátkem a v čase nezávislými a stacionárními přírůstky. Přírůstek Poissonova procesu dq_t na intervalu $(t, t+dt)$ je definován následovně,

$$\Pr(dq_t = 0) = 1 - \lambda dt, \quad (3.22)$$

$$\Pr(dq_t = 1) = \lambda dt, \quad (3.23)$$

$$\Pr(dq_t > 1) = 0(dt), \quad (3.24)$$

kde parametr λ určuje intenzitu skoků.

V literatuře je uváděn jako čistý skokový tzv. *pure jump process*, kdy je hodnota skoku vždy jedna.

3.3.5.2 Merton's Jump Model

Dle Mertonova skokového modelu (MJM) z roku 1976 by měl stochastický proces pro stanovení cen energetických produktů zachytit následky dočasných nabídkových šoků, které mají dopad na ceny. V MJM je popsán cenový vývoj aktiva pomocí tří částí: lineární odchylky μdt , Brownova pohybu σdz , reprezentující obecně známé cenové vlivy, které vyplývají z nabídky a poptávky, a Poissonova procesu dq , který je považován za diskontinuální skokovou část. MJM má tvar,

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dz_t + J_t dq_t, \quad (3.25)$$

kde dq_t je Poissonova náhodná proměnná, která má hodnotu 0 (bez skoku) s pravděpodobností $1 - \lambda dt$ a hodnotu 1 (pokud se vyskytuje skok) s pravděpodobností λdt . Skokový proces dq je diskrétní časový proces, tzn. skoky se nevyskytují kontinuálně, ale ve specifických okamžicích v čase. Parametr q počítá počet skoků, ke kterým došlo a J_t je náhodná proměnná označující magnitudu skoků.²⁵

U MJM se předpokládá vzájemná nezávislost spojitého logaritmicko-normálního procesu a Poissonova procesu.

²⁵ LEWIS, N., *Energy risk modeling*, s. 219.

3.4 Statistický odhad

Jak uvádí Zmeškal (2004) „Empirické verze lze odhadovat jako regresní modely. Přitom lze využít dva základní přístupy statistického odhadu regresní funkce: *metodu nejmenších čtverců*, která je založena na minimalizaci součtu čtverců odchylek; *metodu maximální věrohodnosti*, u níž jsou parametry odhadovány prostřednictvím maximalizace funkce věrohodnosti.“

3.4.1 Metoda nejmenších čtverců

Metoda nejmenších čtverců je aproximační metoda, která spočívá v tom, že hledáme takové parametry funkce f , pro které je součet čtverců odchylek vypočtených hodnot od hodnot naměřených minimální.

Náhodný odhad modelu y se poté dělí na trendovou složku \hat{y} a reziduální složku ε , platí tedy,

$$y = \hat{y} + \varepsilon. \quad (3.26)$$

Převodem tohoto vztahu na obecný mean reversion model, lze výše uvedenou rovnici vyjádřit následovně,

$$dS = d\hat{S} + \varepsilon = a(b - S_{t-1})dt + \hat{\sigma}dz, \quad (3.27)$$

kde dS je změna, resp. přírůstek ceny podkladového aktiva, $d\hat{S}$ vyjadřuje odhadnutý trend, ε je reziduum. Dále odhadovaný parametr b je dlouhodobá rovnovážná cenová úroveň, parametr a znázorňuje míru rychlosti přibližování se k této rovnovážné úrovni ceny a $\hat{\sigma}$ je odhadovaná směrodatná odchylka.

Transformací mean reversion modelu na lineární tvar dostaneme,

$$dS = \hat{\alpha} + \hat{\beta}S_{t-1} + \varepsilon, \quad (3.28)$$

kde dS je závislá proměnná a S_{t-1} nezávisle proměnná. Parametry $\hat{\alpha}$ a $\hat{\beta}$ je možno transformovat takto,

$$\hat{\alpha} = a \cdot b \cdot dt, \quad (3.29)$$

$$\hat{\beta} = a \cdot dt. \quad (3.30)$$

Dopočet odhadovaných parametrů je proveden dle následujících vztahů,

$$a = \frac{\hat{\beta}}{dt}; b = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}}; \sigma = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{dt}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_t \varepsilon_t^2}}{\sqrt{dt}}, \quad (3.31)$$

kde pro reziduum platí,

$$\varepsilon = dS - d\hat{S} = dS - \hat{\alpha} - \hat{\beta}S_{t-1}. \quad (3.32)$$

3.4.2 Metoda maximální věrohodnosti

Hlavním předpokladem metody maximální věrohodnosti je předpoklad rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých pokusů $f(\vec{\theta}; y_t, x_t)$. Regresní funkce je hledána prostřednictvím maximalizace hodnoty funkce sdruženého rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých pokusů. Tato hodnota se nazývá funkce věrohodnosti,

$$L(\vec{\theta}) = \prod_t f(\vec{\theta}; y_t, x_t) \rightarrow \max, \quad (3.33)$$

kde $\vec{\theta}$ jsou hledané parametry regresní funkce a y_t, x_t jsou závislé a nezávislé proměnné.

V praxi se lze setkat s logaritmickou verzí výpočtu maximální hodnoty,

$$\ln L(\vec{\theta}) = \sum_t \ln f(\vec{\theta}; y_t, x_t) \rightarrow \max. \quad (3.34)$$

Řešení lze nalézt analyticky nebo pomocí úlohy matematického programování.

3.4.3 Statistická verifikace mean reversion modelu

Při statistické verifikaci²⁶ jsou posuzovány hypotézy týkající se jednotlivých parametrů a modelu jako celku. Provádí se tzv. testování hypotéz pomocí t-testu a F-testu.

t-test

Mezi stanovené hypotézy t-testu patří nulová hypotéza H_0 (koeficient je nízký). Proti nulové hypotéze stavíme alternativní hypotézu H_1 (koeficient se liší od nuly). Ta může být buď oboustranná nebo jednostranná. Pak i testy jsou buď oboustranné nebo jednostranné. Stanovené hypotézy t-testu mají následující tvar,

$$H_0 : \hat{\beta}_i = 0,$$

$$H_A : \hat{\beta}_i \neq 0,$$

kde H_0 je nulová a H_A alternativní hypotéza.

²⁶ statistické ověření platnosti modelu

T-test je prováděn pomocí t-statistiky za předpokladu, že tato statistika má *Studentovo rozdělení pravděpodobnosti* s df-stupni volnosti,

$$t_{df} = \frac{\hat{\beta}_i - 0}{SE_{\hat{\beta}_i}}, \quad (3.35)$$

kde $SE_{\hat{\beta}_i}$ je odhad směrodatné odchylky (standard error) koeficientu $\hat{\beta}_i$.

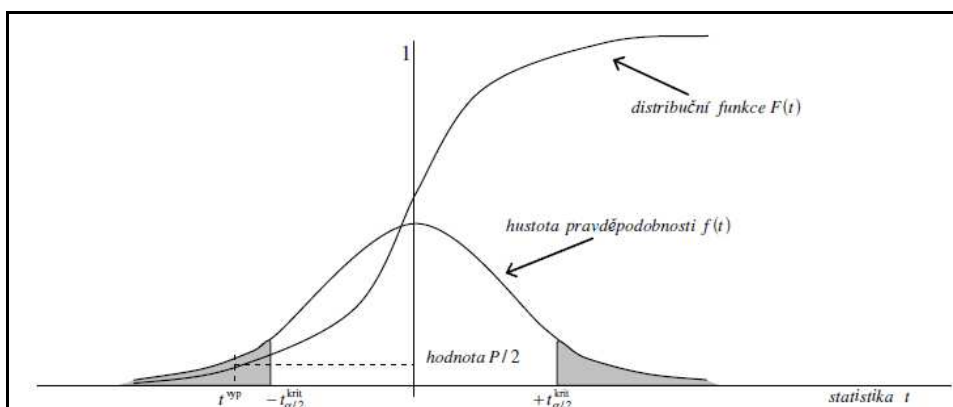
Rozhodovací pravidlo je založeno na porovnání hodnot, t^{vyp} , t-statistice vypočtené, a t^{krit} , t-kritické. Je prezentováno následovně, pokud

$|t_{df}^{vyp}| > t_{\frac{\alpha}{2}; df}^{krit}$, pak se H_0 zamítá,

$P_{df} < \alpha$, pak se H_0 zamítá.

Samotné zamítnutí nulové hypotézy pak znamená, že vypočtený koeficient leží v kritické oblasti, je statisticky významný a ze statistického pohledu má být zařazen do odhadovaného modelu. Při přijetí nulové hypotézy pak platí opak, jak tvrdí Zmeškal (2004).

Obr. 3.1 Grafické znázornění t-testu



Zdroj: Zmeškal (2004)

F-test

Statistickou významnost modelu jako celku, měřenou koeficientem vícenásobné determinace, lze testovat pomocí F-testu porovnáním statistiky s tabulkovými hodnotami.

F-test je používán k posouzení významnosti modelu jako celku. Za předpokladu zaměnitelnosti koeficientů $\hat{\beta}_0$ a $\hat{\beta}_1$ za koeficienty mean reversion modelu $\hat{\alpha}$ a $\hat{\beta}$, stanovené hypotézy F-testu vypadají takto,

$$H_0 : \hat{\beta}_0 = \hat{\beta}_1 = 0,$$

$$H_A : \hat{\beta}_0 \neq 0 \text{ nebo } \hat{\beta}_1 \neq 0.$$

F-test je prováděn pomocí F-statistiky, která je založena na předpokladu *Fischerova rozdělení pravděpodobnosti*,

$$F = \frac{\frac{ESS}{df_{ESS}}}{\frac{RSS}{df_{RSS}}}, \quad (3.36)$$

kde ESS (Explained Sum of Squares) je rozptyl vysvětlený regresí, RSS (Residual Sum of Squares) je rozptyl, který je přiřazen reziduálnímu rozptylu nevysvětlenému regresí, df_{ESS} a df_{RSS} jsou stupně volnosti přiřazené jednotlivým rozptylům.

Rozhodovací pravidlo je založeno na porovnání hodnoty vypočtené statistiky F^{vyp} , a hodnoty kritické F^{krit} . Je formulováno následovně, pokud

$$F_{df_{ESS}; df_{RSS}}^{vyp} > F_{\alpha; df_{ESS}; df_{RSS}}^{krit}, \text{ pak se } H_0 \text{ zamítá,}$$

Hodnota $P_{df_{ESS}; df_{RSS}} < \alpha$, pak se H_0 zamítá.

3.5 Black-Scholesův model

Black-Scholesův model je pravděpodobně nejznámější model pro oceňování opcí. Jeho jednoduché použití je důsledkem častého využívání na burzovním parketu mezi obchodníky. Základní verze spojitého Black-Scholesova modelu, tzn. bez dividend s podkladovým aktivem akcie, vychází z těchto předpokladů:

- ceny podkladových faktorů se vyvíjejí dle geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami,
- spojitý čas,
- ideální kapitálový trh,
- ceny jsou nezávislé na očekávaných výnosech,
- konstantní bezriziková sazba a volatilita,
- oceňování evropských opcí,
- model bez výplaty dividend.

Cena evropské put opce (p) a evropské call opce (c) se za výše uvedených předpokladů stanoví následovně,

$$c = F_0 \cdot N(d_1) - e^{-r \cdot dt} \cdot X \cdot N(d_2), \quad (3.37)$$

$$p = e^{-r \cdot dt} \cdot X \cdot N(-d_2) - F_0 \cdot N(-d_1), \quad (3.38)$$

přičemž

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{F_0}{X}) + (r + \frac{\sigma^2}{2}) \cdot dt}{\sigma \cdot \sqrt{dt}} \text{ a } d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{dt}, \quad (3.39)$$

kde F_0 je výchozí futures cena, X je realizační cena, r je roční bezriziková sazba, dt je doba do vypršení opce, σ je roční volatilita. Symboly $N(d_1)$ a $N(d_2)$ vyjadřují hodnotu funkce kumulativního normovaného normálního rozdělení a $e^{-r \cdot dt}$ je spojitý diskontní faktor.

3.5.1 Blackův model

Předpoklady Blackova modelu jsou shodné s Black-Scholesovým modelem. Hlavní výhodou Blackova modelu oproti Black-Scholesovu modelu je, že pro stanovení ceny evropské opce jsou použity forwardové nebo futures ceny.

Cena evropské call opce c a cena evropské put opce p je definována takto,

$$c = e^{-r \cdot T} \cdot [F_0 \cdot N(d_1) - X \cdot N(d_2)], \quad (3.40)$$

$$p = e^{-r \cdot T} \cdot [X \cdot N(-d_2) - F_0 \cdot N(-d_1)], \quad (3.41)$$

kde

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{F_0}{X}) + \sigma^2 \cdot \frac{T}{2}}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \text{ a } d_2 = \frac{\ln(\frac{F_0}{X}) - \sigma^2 \cdot \frac{T}{2}}{\sigma \cdot \sqrt{T}}. \quad (3.42)$$

3.5.2 Stanovení vstupních parametrů při ocenění opcí

Při stanovení vstupních parametrů F_0 , X , r a dt se nevyskytuje zásadní problém, opačná situace však nastává v případě parametru volatility σ , která výrazně ovlivňuje cenu aktiva. Volatilitu můžeme určit dvěma způsoby, a to buď na základě *historického přístupu* nebo pomocí tzv. *implied volatility* přístupu. U historického přístupu je volatilita odvozena z časové řady podkladového aktiva. V první řadě je nutné vypočítat denní spojitý výnosy na bázi logaritmů, neboť Black-Scholesův model resp. Blackův model je založen na předpokladu vývoje ceny aktiva dle geometrického Brownova procesu s logaritmickými cenami,

$$R_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \ln S_t - \ln S_{t-1}. \quad (3.43)$$

Poté následuje propočtení průměrného denního výnosu, který je dán vztahem,

$$\bar{R} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N R_i, \quad (3.44)$$

a propočtení výběrového rozptylu z denních výnosů,

$$S_{denní}^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_i (R_i - \bar{R})^2, \quad (3.45)$$

výpočet rozptylu na roční bázi,

$$S_{roční}^2 = K \cdot S_{denní}^2, \quad (3.46)$$

kde K je počet obchodních dnů (obvykle 250 dnů). K určení roční volatility výnosů podkladového aktiva je použita následující rovnice,

$$\sigma = \sqrt{S_{roční}^2}. \quad (3.48)$$

U přístupu implied volatility je parametr volatility odvozen pomocí Black-Scholesova modelu z tržních cen opcí. Jsou zadány známé parametry F_0 , X , r , dt , cena opce a volatilita je dopočtena z Black-Scholesova modelu jako neznámá. Použití tohoto přístupu je tedy možné, pokud existuje trh s deriváty a známe tržní ceny derivátů.

3.6 Metoda inverzní transformace

V případě neexistence požadovaného rozdělení pravděpodobnosti reziduí použijeme proceduru inverzní transformace. Pomocí ní lze rezidua určit z vygenerovaných hodnot rovnoměrného rozdělení. Pro generování náhodných čísel je možno využít v programu Excel modul *Generátor pseudonáhodných čísel*. Dosažené výsledky z tohoto modulu můžeme považovat za velmi věrohodné.

Inverzní transformace vychází z předpokladu neklesajících distribučních funkcí, a proto tedy existuje vzájemně jednoznačné přiřazení mezi náhodnými čísly rovnoměrného rozdělení z intervalu $[0;1]$ a distribuční funkcí. Obecně tedy platí,

$$x = F^{-1}(r), \quad (3.49)$$

kde $x \in [a;b]$ jsou náhodná čísla z distribuční funkce F , r jsou generovaná náhodná čísla z rovnoměrného rozdělení. Je tomu tak, protože $F(x) = G(r)$, tedy $x = F^{-1}[G(r)]$, a protože pro rovnoměrné rozdělení na intervalu $[0;1]$ platí $G(r) = r$.

Ceny call a put opcí jsou dle této metodiky určeny dle vzorců,

$$c = e^{-r \cdot T} \cdot E(VH_T^{call}), \quad (3.50)$$

$$p = e^{-r \cdot T} \cdot E(VH_T^{put}), \quad (3.51)$$

kde pro stanovení vnitřních hodnot platí vztahy,

$$VH_T^{call} = \max[S_T - X; 0], \quad (3.52)$$

$$VH_T^{put} = \max[X - S_T; 0]. \quad (3.53)$$

Cena podkladového aktiva dle reálné simulace je určena jako

$$S_T^k = F_0 \cdot e^{(r - \frac{1}{2}\sigma^2 + \varepsilon^k) \cdot dt}, \quad (3.54)$$

a střední hodnoty vnitřních hodnot call a put opcí jsou vypočteny následovně,

$$E(VH^{call}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N VH_k^{call}, \quad (3.55)$$

$$E(VH^{put}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N VH_k^{put}. \quad (3.56)$$

3.7 Simulace Monte Carlo

Simulace Monte Carlo je považována za efektivní metodu pro stanovení výsledků procesu, který je závislý na nejistotě chování nebo událostí. Monte Carlo techniky pro stanovení hodnoty derivátů a vypočtení portfolia VaR byly používány po mnoho let. Původně byly vyvinuty pro podporu finančních trhů. S vývojem energetického trhu došlo k adaptaci technik směrem k řešení problémů, vyplývajících z podstaty energetických produktů. Simulace Monte Carlo je zaměřena na praktickou aplikaci metod stanovení cen energetických kontraktů. V souvislosti s trhem se zemním plynem se může jednat o stanovení ceny futures na zemní plyn nebo o určení opce s podkladovým aktivem ve formě futures kontraktu.

Přístup Monte Carlo pro stanovení hodnoty opcí byl poprvé v publikaci Boyle (1977). Podstatou této simulace je generování velkého počtu, řádově tisíců budoucích scénářů a propočet zvolených kritérií hodnocení pro každý scénář, což pak umožňuje stanovit rozdělení pravděpodobnosti těchto kritérií i číselné charakteristiky rizika pro jednotlivé posuzované projekty. Před samotnou simulací cen podkladových aktiv derivátů, je nutné nalézt trend skutečného vývoje cen jako je např. geometrický Brownův proces, mean reversion procesy, jump diffusion procesy. Zároveň je nutné do procesu podkladového aktiva derivátů zahrnout stochastickou složku, která se do modelu zahrnuje prostřednictvím Wienerova procesu, u něhož se předpokládá nezávislost cenových změn v průběhu času.

Simulaci Monte Carlo je možné dělit na simulaci *reálnou* a simulaci *rizikově-neutrální*, která se používá při oceňování finančních derivátů. Reálná simulace se nejčastěji používá při hedgingu nebo při určování hodnoty *VaR*.

3.7.1 Monte Carlo dle geometrického Brownova pohybu

Za předpokladu, že podkladová cena S se chová dle geometrického Brownova procesu, který je vyjádřen stochastickou diferenciální rovnicí (3.8), a v případě uplatnění vztahu,

$$\mu = \alpha + \delta, \quad (3.57)$$

kde μ vyjadřuje míru stanovenou zahrnutím rizikové premie k rizikově neutrální míře a δ je očekávaná dividenda, pak lze původní stochastickou rovnici přepsat do tvaru,

$$dS_t = (\mu - \delta) \cdot S_t dt + \sigma \cdot S_t dz. \quad (3.58)$$

V dalším kroku je nahrazena míra μ za bezrizikovou úrokovou míru r , pomocí níž získáme rizikově-neutrální verzi výše uvedené rovnice,

$$dS_t = (r - \delta) \cdot S_t dt + \sigma \cdot S_t dz. \quad (3.59)$$

Pomocí logaritmické transformace a Itoovy lemy lze stanovit rovnici pro simulaci ceny, jak reálné tak i rizikově-neutrální. Reálná simulace ceny má tvar

$$S_t = S_0 \cdot e^{\left[\left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) \cdot dt + \sigma \cdot dz \right]}. \quad (3.60)$$

Rizikově-neutrální simulace ceny pak vypadá takto,

$$S_t = S_0 \cdot e^{\left[\left(r - \delta - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) \cdot dt + \sigma \cdot dz \right]}. \quad (3.61)$$

3.7.2 Monte Carlo Ornstein-Uhlenbeckova mean reversion modelu

Aritmetická verze Ornstein-Uhlenbeckova mean reversion modelu s logaritmickými cenami, které zabraňují poklesu cen do záporných hodnot, má tvar vyjádřený rovnicí (3.14).

Při použití substituce rizikově neutrální složky získáme následující vztah pro simulaci ceny,

$$dS_t = \eta \left[\left(\bar{S} - \frac{\mu - r}{\eta} \right) - S_t \right] dt + \sigma dz, \quad (3.62)$$

kde vztah $\frac{\mu - r}{\eta}$ představuje normalizovanou rizikovou premii a $\mu - r$ vyjadřuje rizikovou premii.

Vztah pro reálnou simulaci S vyvíjející se podle Ornstein-Uhlenbeckova mean reversion procesu je stanoven následovně,

$$S_t = \exp \left\{ \left[\ln(S_{t-1}) \exp(-\eta dt) \right] + \left[\ln(\bar{S})(1 - \exp(-\eta dt)) \right] - \left[1 - \exp(-2\eta dt) \frac{\sigma^2}{4\eta} \right] \right. \\ \left. + \sigma \sqrt{\frac{1 - \exp(-2\eta dt)}{2\eta}} N(0;1) \right\}. \quad (3.63)$$

Rizikově-neutrální vztah pro simulaci S_t se od předešlé rovnice liší o přidaný výraz

$$\frac{\mu - r}{\eta},$$

$$S_t = \exp \left\{ \left[\ln(S_{t-1}) \exp(-\eta dt) \right] + \left[\ln(\bar{S} \frac{\mu - r}{\eta})(1 - \exp(-\eta dt)) \right] - \left[1 - \exp(-2\eta dt) \frac{\sigma^2}{4\eta} \right] \right. \\ \left. + \sigma \sqrt{\frac{1 - \exp(-2\eta dt)}{2\eta}} N(0;1) \right\}, \quad (3.64)$$

kde $N(0;1)$ je náhodná proměnná z normovaného normálního rozdělení.

3.7.3 Monte Carlo Schwartzova mean reversion modelu

Lze pozorovat jistou podobnost Schwartzova modelu s modelem Ornstein-Uhlenbecka, kdy reálná simulace tohoto modelu je znázorněna rovnicí,

$$S_t = \exp \left\{ \left[\ln(S_{t-1}) \exp(-\eta dt) \right] + \left[\ln\left(\bar{S} - \frac{\sigma^2}{2\eta} - \frac{\mu - r}{\eta}\right)(1 - \exp(-\eta dt)) \right] \right. \\ \left. + \sigma \sqrt{\frac{1 - \exp(-2\eta dt)}{2\eta}} N(0;1) \right\}. \quad (3.65)$$

Použitím výrazu $\frac{\mu - r}{\eta}$ je odlišena předešlá rovnice od rizikově neutrální simulace S_t následovně,

$$S_t = \exp \left\{ \left[\ln(S_{t-1}) \exp(-\eta dt) \right] + \left[\ln\left(\bar{S} - \frac{\sigma^2}{2\eta} - \frac{\mu - r}{\eta}\right)(1 - \exp(-\eta dt)) \right] \right. \\ \left. + \sigma \sqrt{\frac{1 - \exp(-2\eta dt)}{2\eta}} N(0;1) \right\}. \quad (3.66)$$

4 Aplikace metod oceňování derivátů na zemní plyn

Aplikační část bude věnována provedení oceňovacích metod popsaných v předešlé kapitole a bude tedy přistoupeno k ocenění vybraných derivátů na zemní plyn. Konkrétně se bude jednat o ocenění evropských call a put opcí, jejichž podkladovým aktivem budou futures na zemní plyn reálně obchodovaných na NYMEX. Data budou čerpána z internetových stránek EIA²⁷. Výpočty budou zpracovány v tabulkovém programu MS Excel.

4.1 Postup výpočtu

V první části bude analyzován vývoj podkladového aktiva ve formě futures a bude také stanoveno dle jakého procesu se chová. Základem pro ocenění opcí bude časová řada cen futures, přičemž bude brán v úvahu nejvíce obchodovatelný futures na burze NYMEX tj. Natural Gas Henry Hub Futures. Dále budou odhadnuty parametry vybraných procesů a vybrán proces s nejlepšími výsledky. Rozhodovacím kritériem bude velikost směrodatné odchylky výnosů a rozdělení pravděpodobnosti reziduí.

V druhé části bude provedeno samotné ocenění call a put evropských opcí na futures. Ocenění bude provedeno pomocí Blackova modelu oceňování opcí a také pomocí simulace inverzní transformace. V neposlední řadě budou výsledky výše uvedených metod ocenění porovnány mezi sebou a současně i v komparaci s nejlepším modelem ocenění.

4.2 Oceňované deriváty

Pro účel ocenění byly vybrány evropské call a put opce LNJ10, se kterými se reálně obchoduje na burze NYMEX. Podkladovým aktivem evropských opcí byl futures s obdobím finančního vypořádání APR 2010 tj. v dubnu 2010. Jak lze vidět v Tab. 4.1, ocenění bude provedeno za období od 1. 4. 2008 do 26. 3. 2010 pro deset různých realizačních cen. Rovněž byla stanovena bezriziková sazba r ve výši 0,4227 %²⁸. Sazba byla vypočtena z průměrné měsíční hodnoty ročního treasury bondu za období od dubna 2009 do března 2010.

²⁷ <http://tonto.eia.doe.gov/dnav/ng/hist/rngc1d.htm>

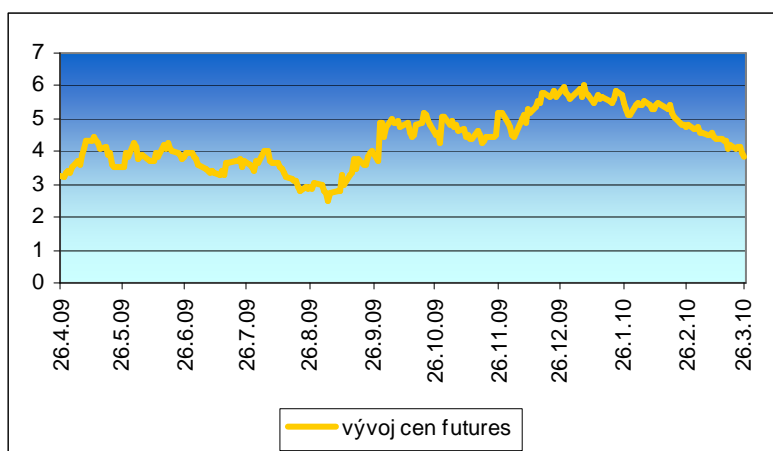
²⁸ http://federalreserve.gov/releases/h15/data/Monthly/H15_TCMNOM_Y1.txt

Tab. 4.1 Parametry oceňovaného derivátu

Oceňovaný derivát	evropská opce LNJ10
Podkladové aktivum	futures na zemní plyn NGJ10
Realizační ceny opce (v \$)	$X_1=3,6, X_2=3,7, X_3=3,8, X_4=3,9, X_5=4, X_6=4,1, X_7=4,2, X_8=4,3, X_9=4,4, X_{10}=4,5$
Specifikace opce	první obchodní den: -
	poslední obchodní den: 26.3.2010
	začátek dodací doby: 1.4.2010
	konec dodací doby: 30.4.2010
	velikost kontraktu: \$ za barel
Datum ocenění opce	časový interval od 1. 4. 2008 do 26 .3. 2010
Bezriziková sazba	$r = 0,4227 \%$

Historický vývoj cen futures je znázorněn v níže uvedeném Grafu 4.1, kde můžeme pozorovat zvýšení cen zemního plynu od podzimu roku 2009. To je způsobeno jeho sezónní povahou, kdy je především z důvodu potřeby domácího a komerčního topení v zimních měsících největší poptávka po zemním plynu. I přesto je známo, že zemní plyn je na současných úrovních výrazně podhodnocený. Do budoucna lze proto očekávat výrazné posílení cen zemního plynu.

Graf 4.1 Vývoj cen futures



4.3 Odhad procesu bazického instrumentu včetně jeho parametrů

Základem procesů popsaných v metodologické části diplomové práce byl zvolen *Geometrický Brownův model s logaritmickými cenami* (3.12). Ze skupiny mean reversion modelů byl vybrán *Ornstein-Uhlenbeckův aritmetický model s logaritmickými cenami* (3.15), *Ornstein-Uhlenbeckův geometrický model* (3.16) a *Swartzův model* (3.19).

Pro odhad jednotlivých parametrů je využita metoda nejmenších čtverců, která je popsána v kapitole 3.4.1. Tuto metodu lze vypočítat v programu Excel s použitím *Analýzy dat* a funkce *Regrese*. Závisle proměnná (na levé straně rovnice) je tvořena rovnicemi mean reversion modelů. Nezávisle proměnnou pak tvoří pravá strana, která je složena z historické časové řady vývoje cen bazického instrumentu tzn. futures na zemní plyn NGJ10.

Tab. 4.2 Proměnné mean reversion modelů

Mean reversion model	Závisle proměnná y	Nezávisle proměnná x	Tvar modelu
O-U geometrický model	$y = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}$	$x = S_{t-1}$	$dS_t = \eta(\bar{S} - S_t)S_t dt + \sigma S_t dz$
O-U aritmetický model s log. cenami	$y = \ln S_t - \ln S_{t-1}$	$x = \ln S_{t-1}$	$d \ln S_t = \eta(\ln \bar{S} - \ln S_t)dt + \sigma dz$
Schwartzův model	$y = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}$	$x = \ln S_{t-1}$	$dS_t = \eta(\ln \bar{S} - \ln S_t)S_t dt + \sigma S_t dz$

Statistický odhad lineárního modelu (3.27) je stanoven pomocí regresní metody nejmenších čtverců, jejíž podstatou je minimalizace součtu čtverců odchylek. Součástí je i posouzení statistické spolehlivosti parametrů a modelu jako celku. Provedením regresní metody nejmenších čtverců jsou zjištěny koeficienty $\hat{\alpha}$ a $\hat{\beta}$. Hodnoty parametrů a , b a σ jsou dosazeny do vzorců (3.31),

$$a = \frac{\hat{\beta}}{dt}; b = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}}; \sigma = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{dt}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_t \varepsilon_t^2}}{\sqrt{dt}}.$$

4.4 Výběr procesu bazického instrumentu

Při použití spojitých denních výnosů, které byly určeny pomocí vztahu (3.43), bylo u všech modelů zjištěno, že parametry modelu $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ a model jako celek jsou statisticky nevýznamné, jelikož byla překročena 5 % hladina významnosti. Proto byly vypočteny týdenní spojitě výnosy, z nich následně střední hodnota a rezidua a také závisle proměnné. Volatilita σ pro GBM s log. cenami je zjištěna pomocí historického přístupu jako směrodatná odchylka týdenních výnosů a parametr α vyjadřuje střední hodnotu výnosů.

Tab. 4.3 Výsledky regresní analýzy

Model/parametry	α	β	a	b	σ	P-hodnota		
						α	β	modelu
GBM s log. cenami	-0,0087				8,13%			
O-U geometrický model	0,0133	-0,0031	0,1587	4,3612	59,58%	0,0375	0,0218	0,0218
O-U aritmetický model s log. cenami	0,0353	-0,0255	1,3280	1,3805	58,27%	0,0241	0,0038	0,0038
Schwartzův model	0,0447	-0,0290	1,5102	1,5385	59,28%	0,0050	0,0012	0,0012

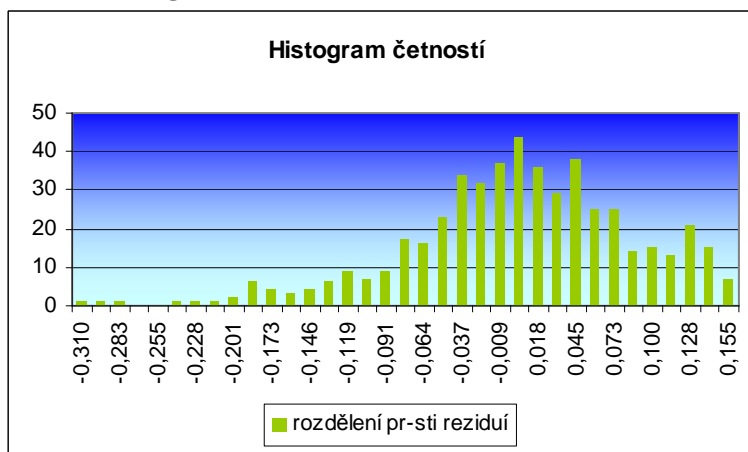
Z Tab. 4.3 je patrné, že jak jednotlivé parametry, tak i model jako celek jsou ve všech případech statisticky významné na 5 % hladině významnosti. Za nejvhodnější proces pro modelování vývoje cen zemního plynu je GBM s logaritmickými cenami, jelikož parametr σ dosahuje bezpochybně nejmenší hodnoty, a to 8,13 %.

Odhadnutý GBM s logaritmickými cenami má po dosazení do vzorce (3.12) tvar,

$$d \ln S = -0,0087 \cdot dt + 0,0813 \cdot dz.$$

Pro výběr nejvhodnějšího procesu je rozhodující také rozdělení reziduí, které by mělo odpovídat normálnímu rozdělení pravděpodobnosti. Pro nalezení rozdělení pravděpodobnosti reziduí byl použit *ekvidistantní interval* na základě minimální a maximální reziduální odchylky pro 25 pozorování dle vztahu $\frac{\max(.) - \min(.)}{25}$. Pomocí něhož byly dopočteny meze a následně využita funkce *ČETNOSTI (Data; Hodnoty)*, kde data představují pole s vypočtenými rezidui a hodnoty pak meze intervalů. V následujícím kroku byl sestaven histogram. Bližší výpočty týkající se rozdělení pravděpodobnosti reziduí jsou uvedeny v Příloze č. 3.

Graf 4.2 Histogram četností



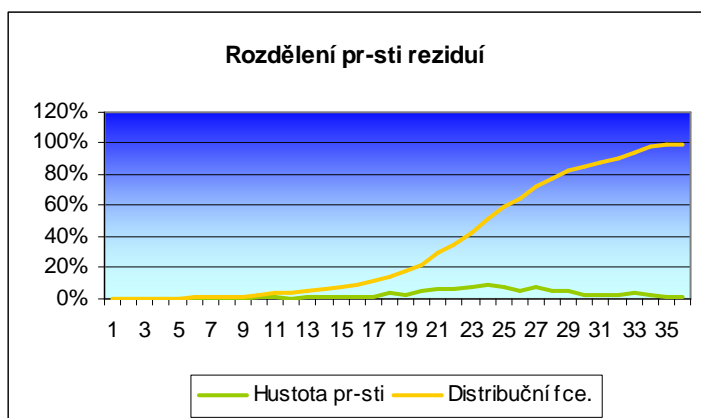
Z Grafu 4.2 je zřejmé, že rezidua neodpovídají normálnímu rozdělení. Předpokladem použití analytického řešení Blackova modelu je skutečnost, že rezidua mají normální rozdělení (Gaussovo rozdělení). Pro ocenění evropské opce LNJ10 bude tedy použita metoda simulace pomocí inverzní transformace, pomocí níž bude vygenerováno empirické rozdělení pravděpodobnosti.

4.5 Ocenění pomocí simulace aplikací inverzní transformace

Jak již bylo řečeno, ceny futures NGJ10 se chovají dle GBM s logaritmickými cenami a rezidua mají nenormální rozdělení.

Ze získaného rozdělení pravděpodobnosti v předchozí části je pomocí kumulativní pravděpodobnosti v Grafu 4.3 znázorněna distribuční funkce $F(x)$.

Graf 4.3 Distribuční funkce



Postup simulace aplikací inverzní transformace lze shrnout do níže uvedených bodů:

- generace náhodných proměnných z rovnoměrného rozdělení,
- přiřazení distribuční funkce reziduí k vygenerovaným náhodným číslům z rovnoměrného rozdělení pomocí funkce SVYHLEDAT,
- simulace ceny podkladového aktiva pro k-tý scénář dle vzorce (3.54),
- znázornění empirického rozdělení pravděpodobnosti,
- výpočet vnitřní hodnoty call a put opce pro k-tý scénář dle vzorců (3.52) a (3.53),
- výpočet střední hodnoty vnitřní hodnoty call a put opce dle vzorců (3.55) a (3.56),
- propočet ceny call a put opce dle vzorců (3.50) a (3.51) pro simulaci.

Dle uvedeného postupu je zapotřebí nejdříve vygenerovat náhodná čísla pomocí *Generátoru pseudonáhodných čísel* z normovaného normálního rozdělení. Aby byly výpočty co nejpřesnější, je třeba zvolit dostatečný počet scénářů v našem případě se jedná o 1000 náhodných scénářů K a počet proměnných je 1.

Poté jsou převedena vygenerovaná náhodná čísla na požadované rozdělení. Z reziduí a jejich četnosti jsou vytvořeny kumulativní četnosti a následně propočteny kumulativní pravděpodobnosti distribuční funkce $F(x)$. Pomocí funkce *SVYHLEDAT(Hledat, Tabulka, Sloupec)* je ke každému vygenerovanému náhodnému číslu x z distribuční funkce $F(x)$ přiřazena reziduální odchylka z empirického rozdělení pravděpodobnosti. Tímto způsobem jsou zjištěna rezidua empirického rozdělení pravděpodobnosti.

V další části jsou pro každý scénář vypočteny ceny podkladového aktiva dle vzorce (3.54). Bezriziková sazba vypočtená z průměrné měsíční hodnoty ročního treasury bondu za období od dubna 2009 do března 2010 odpovídá hodnotě $r = 0,4227 \%$. Parametr volatility $\sigma = 8,134 \%$, je zjištěn pomocí funkce *SMODCH* jako směrodatná odchylka nově zjištěných reziduí. Výchozí cena futures F_0 pro K -tý scénář je \$ 4,1, realizační cena X je \$ 3,6 a parametr $dt = \frac{1}{52} = 0,01923$.

Vztah pro reálnou simulaci ceny futures NGJ10 pak vypadá takto,

$$S_T^k = 4,1 \cdot e^{(0,4227 - \frac{1}{2} \cdot 8,134^2 + \varepsilon_k) \cdot 0,01923}.$$

Nyní je nutné určit vnitřní hodnoty call a put opcí pro každý scénář s využitím vzorců (3.52) a (3.53). Kde za S_t se postupně dosazují nasimulované ceny podkladového aktiva pro 1000 scénářů. Vnitřní hodnoty jsou propočteny pro deset realizačních ceny. Dále jsou vypočteny střední hodnoty $E(VH)$ ze simulovaných vnitřních hodnot dle vzorců (3.55) a (3.56).

Poté lze přistoupit k samotnému ocenění call a put opcí, kdy jsou střední hodnoty vnitřních hodnot call a put opcí pro danou realizační cenu X diskontovány spojitým diskontním faktorem e^{-rT} a vztah pro výpočet cen evropských opcí má po dosazení do vzorců (3.50) a (3.51) tvar,

$$c = e^{-0,4227 \cdot 0,01923} \cdot E(VH_T^{call}),$$

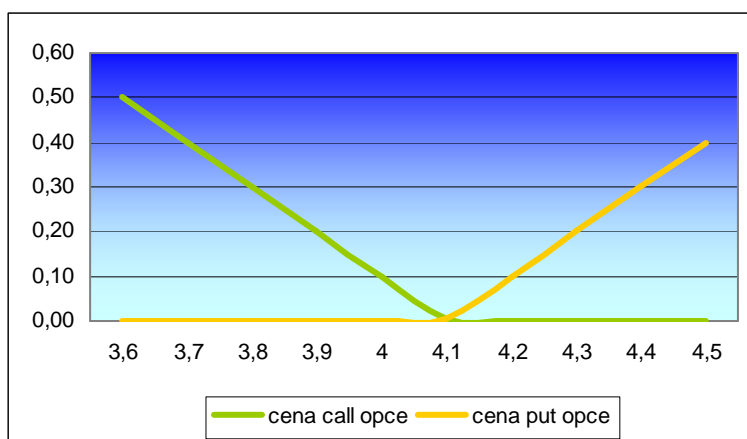
$$p = e^{-0,4227 \cdot 0,01923} \cdot E(VH_T^{put}).$$

Tab. 4.4 Ceny call a put opcí dle metody inverzní transformace

X	E(VHcall)	E(VHput)	e^{-rT}	c (v \$)	p (v \$)
3,6	0,499	0	0,992	0,499	0
3,7	0,399	0	0,992	0,399	0
3,8	0,299	0	0,992	0,299	0
3,9	0,199	0	0,992	0,199	0
4	0,099	0	0,992	0,099	0
4,1	0,002	0,003	0,992	0,002	0,003
4,2	0	0,101	0,992	0	0,101
4,3	0	0,201	0,992	0	0,201
4,4	0	0,301	0,992	0	0,301
4,5	0	0,401	0,992	0	0,401

V Tab. 4.4 a Grafu 4.4 je znázorněn vzájemný vztah mezi cenami evropských opcí a různými realizačními cenami. Čím vyšší je realizační cena, tím se cena call opce snižuje a cena put opce naopak zvyšuje. Opačně tomu je tak s nižší realizační cenou.

Graf 4.4 Závislost ceny opce na realizační ceně X



4.6 Ocenění opcí dle Blackova modelu

Za předpokladu, že rezidua mají normální rozdělení, můžeme ověřit výpočet analytické metody Blackova modelu. Metodologická část týkající se ocenění pomocí Blackova modelu byla popsána v podkapitole 3.5.1. Ceny call a put opce jsou propočteny dle vztahů (3.40) a (3.41),

$$c = e^{-rT} \cdot [F_0 \cdot N(d_1) - X \cdot N(d_2)],$$

$$p = e^{-rT} \cdot [X \cdot N(-d_2) - F_0 \cdot N(-d_1)],$$

kde pro bezrizikovou sazbu r byla stanovena hodnota 0,4227 %, za hodnotu F_0 budou postupně dosazovány futures ceny NGJ10 pro každý obchodní den v intervalu od 1. 4. 2009 do 26. 3. 2010. Parametr T je doba do splatnosti evropské opce, která je dána vztahem $T = \text{počet obchodních dní do splatnosti} / 50$, kde 50 je počet obchodních týdnů v rámci stanoveného oceňovacího období.

Spojité diskontní faktor se poté vypočte jako $e^{-r \cdot T} = e^{-0,004227 \cdot \text{počet obchodních dní do splatnosti} / 50}$.

Ocenění bude provedeno pro deset různých realizačních cen X , a to $X_1 = \$ 3,6$, $X_2 = \$ 3,7$, $X_3 = \$ 3,8$, $X_4 = \$ 3,9$, $X_5 = \$ 4$, $X_6 = \$ 4,1$, $X_7 = \$ 4,2$, $X_8 = \$ 4,3$, $X_9 = \$ 4,4$, $X_{10} = \$ 4,5$.

Při výpočtu cen opcí je použita exponenciální funkce EXP a pro výpočet distribučních funkcí normovaného normálního rozdělení $N(\cdot)$ je využita funkce $NORMSDIST$. Hodnoty d_1 a d_2 jsou vypočteny pomocí vzorců (3.42),

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{X}\right) + \sigma^2 \cdot \frac{T}{2}}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \quad \text{a} \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{X}\right) - \sigma^2 \cdot \frac{T}{2}}{\sigma \cdot \sqrt{T}},$$

kde za parametr σ je dosazována volatilita GBM s logaritmičnými cenami tzn. hodnota 0,08134.

Propočty v prvním řádku je následně zkopírován do ostatních pro každý obchodní den v intervalu 1. 4. 2009 – 26. 3. 2010. V závěru je modelován vliv realizační ceny X na ceny evropských call a put opcí, viz Příloha č. 4, 5.

Pro lepší názornost bude dále uveden příklad pro ocenění evropské call a put opce k poslednímu obchodnímu dni v měsíci květnu tj. 29. 5. 2009. Cena futures NGJ10 k tomuto dni byla ve výši \$ 4,1, počet obchodních dní do splatnosti 208, za realizační cenu X byla zvolena hodnota \$ 4,3.

Cena evropské call opce je vypočtena následovně,

$$c = e^{-r \cdot T} \cdot [F_0 \cdot N(d_1) - X \cdot N(d_2)],$$

$$c = e^{-rT} \left[F_0 N \left(\frac{\ln\left(\frac{F_0}{X}\right) + \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} \right) - X N \left(\frac{\ln\left(\frac{F_0}{X}\right) - \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} \right) \right],$$

$$c = e^{-0,004227 \cdot \frac{208}{50}} \left[4,1N \left(\frac{\ln \left(\frac{4,1}{4,3} \right) + 0,08134^2 \frac{208/50}{2}}{0,08134 \sqrt{\frac{208}{50}}} \right) - 4,3N \left(\frac{\ln \left(\frac{4,1}{4,3} \right) - 0,08134^2 \frac{208/50}{2}}{0,08134 \sqrt{\frac{208}{50}}} \right) \right].$$

Je zjištěna cena call opce $c = \$ 0,27$.

Tab. 4.5 Ceny call opcí při různých realizačních cenách pro různé oceňovací měsíce

Datum	T	F ₀	Cena CALL opce při různé realizační ceně X									
			X ₁ = 3,6	X ₂ = 3,7	X ₃ = 3,8	X ₄ = 3,9	X ₅ = 4	X ₆ = 4,1	X ₇ = 4,2	X ₈ = 4,3	X ₉ = 4,4	X ₁₀ = 4,5
30.4.2009	228	3,37	0,14	0,11	0,09	0,07	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01
29.5.2009	208	4,10	0,58	0,51	0,44	0,38	0,32	0,27	0,23	0,19	0,16	0,13
30.6.2009	186	3,84	0,37	0,31	0,26	0,21	0,17	0,14	0,11	0,09	0,07	0,05
31.7.2009	164	3,65	0,24	0,19	0,15	0,12	0,09	0,07	0,05	0,04	0,03	0,02
31.8.2009	143	2,98	0,02	0,01	0,01	0	0	0	0	0	0	0
30.9.2009	122	4,84	1,24	1,14	1,05	0,95	0,86	0,77	0,68	0,60	0,52	0,44
30.10.2009	100	5,05	1,45	1,35	1,25	1,15	1,05	0,96	0,86	0,77	0,68	0,60
30.11.2009	80	4,85	1,25	1,15	1,05	0,95	0,86	0,76	0,67	0,58	0,49	0,42
31.12.2009	58	5,57	1,97	1,87	1,77	1,67	1,57	1,47	1,37	1,27	1,17	1,07
29.1.2010	39	5,13	1,53	1,43	1,33	1,23	1,13	1,03	0,93	0,83	0,73	0,63
26.2.2010	20	4,81	1,21	1,11	1,01	0,91	0,81	0,71	0,61	0,51	0,41	0,32
25.3.2010	1	3,86	0,38	0	0,18	0,08	0,01	0	0	0	0	0

Cena evropské put opce se vypočítá s použitím ze stejných vstupních dat následovně,

$$p = e^{-r \cdot T} \cdot [X \cdot N(-d_2) - F_0 \cdot N(-d_1)],$$

$$p = e^{-rT} \left[XN \left(-\frac{\ln \left(\frac{F_0}{X} \right) - \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} \right) - F_0 N \left(-\frac{\ln \left(\frac{F_0}{X} \right) + \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} \right) \right],$$

$$c = e^{-0,004227 \cdot \frac{208}{50}} \left[4,3N \left(\frac{\ln \left(\frac{4,1}{4,3} \right) - 0,08134^2 \frac{208/50}{2}}{0,08134 \sqrt{\frac{208}{50}}} \right) - 4,1N \left(\frac{\ln \left(\frac{4,1}{4,3} \right) + 0,08134^2 \frac{208/50}{2}}{0,08134 \sqrt{\frac{208}{50}}} \right) \right].$$

Cena put opce je stanovena $p = \$ 0,27$.

Tab. 4.6 Ceny put opcí při různých realizačních cenách pro různé oceňovací měsíce

Datum	T	F ₀	Cena PUT opce při různé realizační ceně X									
			X ₁ = 3,6	X ₂ = 3,7	X ₃ = 3,8	X ₄ = 3,9	X ₅ = 4	X ₆ = 4,1	X ₇ = 4,2	X ₈ = 4,3	X ₉ = 4,4	X ₁₀ = 4,5
30.4.2009	228	3,37	0,37	0,44	0,52	0,60	0,68	0,77	0,86	0,95	1,05	1,14
29.5.2009	208	4,10	0,08	0,11	0,14	0,18	0,22	0,27	0,33	0,39	0,46	0,53
30.6.2009	186	3,84	0,13	0,17	0,22	0,27	0,33	0,40	0,47	0,55	0,63	0,71
31.7.2009	164	3,65	0,19	0,24	0,30	0,37	0,44	0,52	0,60	0,69	0,78	0,87
31.8.2009	143	2,98	0,64	0,73	0,83	0,92	1,02	1,12	1,22	1,32	1,42	1,52
30.9.2009	122	4,84	0	0	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,08	0,10
30.10.2009	100	5,05	0	0	0	0	0	0,01	0,01	0,02	0,03	0,05
30.11.2009	80	4,85	0	0	0	0	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,07
31.12.2009	58	5,57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29.1.2010	39	5,13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26.2.2010	20	4,81	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,01
25.3.2010	1	3,86	0	0	0	0	0,03	0,12	0,22	0,32	0,42	0,52

Jak lze vidět ve výše uvedených tabulkách, potvrdilo se pravidlo, že realizační cena ovlivňuje cenu call opce nepřímo úměrně a cenu put opce přímo úměrně.

4.7 Shrnutí

Aplikační část práce byla věnována konkrétnímu ocenění derivátů na zemní plyn. Ocenění bylo provedeno pomocí evropských call a put opcí, jejichž podkladovým aktivem byl futures na zemní plyn, se kterým se reálně obchoduje na burze NYMEX.

Ocenění bylo provedeno pro časový interval od 1. 4. 2009 do 26. 3. 2010. Při hledání procesu cenového vývoje podkladového aktiva bylo potvrzeno, že ceny sledují GBM proces s logaritmickými cenami. Tato skutečnost vedla na aplikaci analytického řešení Blackova modelu. Histogram rozdělení četností však prokázal charakteristickou vlastnost cen zemního plynu, a to je sezónnost, která má za následek nenormalitu rozdělení reziduí. Ocenění opce bylo proto nutno provést prostřednictvím procedury simulace aplikací inverzní transformace. Tato metoda umožňuje generovat náhodná čísla z rovnoměrného rozdělení, která jsou základem pro reálnou simulaci ceny podkladového aktiva. Cena opce se poté určí jako současná hodnota střední hodnoty vnitřní hodnoty opce pomocí spojitého diskontování bezrizikovou sazbou. V práci bylo rovněž využito Blackova modelu jako vhodné aproximace.

Nejdůvěryhodnějších výsledků bylo dosaženo pomocí simulace aplikací inverzní transformace (IT), která pracuje s reálným rozdělení cen zemního plynu. Ocenění pomocí

Blackova modelu bylo využito z důvodu aproximace a tedy přijatelného srovnávacího nástroje.

Tab. 4.7 Srovnání výpočtu cen call a put opcí dle IT a Blackova modelu

X	Cena call opce			Cena put opce		
	IT	Black	odchylka	IT	Black	odchylka
3,6	0,50	0,58	-0,08	0	0,08	-0,08
3,7	0,40	0,51	-0,11	0	0,11	-0,11
3,8	0,30	0,51	-0,21	0	0,14	-0,14
3,9	0,20	0,38	-0,18	0	0,18	-0,18
4	0,10	0,32	-0,22	0	0,22	-0,22
4,1	0	0,27	-0,27	0	0,27	-0,27
4,2	0	0,23	-0,23	0,10	0,33	-0,23
4,3	0	0,19	-0,19	0,20	0,39	-0,19
4,4	0	0,16	-0,16	0,30	0,46	-0,16
4,5	0	0,13	-0,13	0,40	0,53	-0,13

Z Tab. 4.7 je patrné, že ceny call a put opcí se výrazně liší. Odchylka mezi oceněním pomocí metody inverzní transformace a pomocí Blackova modelu u call a put opce dosahuje maximální hodnoty \$ 0,27. Vyšších cen opcí vždy dosahuje Blackův model. Grafický vývoj cen opcí je znázorněn v Příloze č. 6.

5 Závěr

Cílem práce byla praktická aplikace metod oceňování derivátů na zemní plyn. Pro účel ocenění byly vybrány evropské call a put opce LNJ10, se kterými se reálně obchoduje na burze NYMEX. Podkladovým aktivem evropských opcí byl futures s obdobím finančního vypořádání v dubnu 2010.

První část diplomové práce byla zaměřena na rizika trhu se zemním plynem v USA, jeho regulaci a krátkodobou prognózu. Část kapitoly byla věnována nabídce, poptávce a faktorům, které je mohou významně ovlivňovat. Stěžejním bodem byla základní typologie kontraktů na trhu se zemním plynem a samotná newyorská burza NYMEX. V rámci burzy pak byly rozebrány obchodovatelné kontrakty se zemním plynem.

Obsah druhé části práce byl zaměřen na matematický a statický aparát. Pozornost byla věnována členění stochastických procesů, které nejlépe vystihují vývoj cen zemního plynu. Zvolenými procesy byl Geometrický Brownův proces, Wienerův proces a Itôův proces. Rovněž byly popsány mean reversion a jump difusion procesy, které zohledňují základní charakteristikou vlastnost zemního plynu, což je sezónnost. V rámci této části byly popsány statistické metody a objasněny použitelné modely pro ocenění derivátů. Mezi tyto modely byl řazen Blackův model, simulace aplikací inverzní transformace a simulace Monte Carlo.

Cílem třetí části práce byla aplikace vybraných oceňovacích modelů na reálná data burzy NYMEX. Ocenění bylo provedeno prostřednictvím evropské call a put opce LNJ10, jejichž podkladovým aktivem byl futures Henry Hub Natural Gas NGJ10. Ocenění opcí bylo provedeno pro časový interval od 1. 4. 2009 do 26. 3. 2010. Nejprve byl analyzován vývoj podkladového aktiva pomocí regresní analýzy metodou nejmenších čtverců. Rozhodovacím kritériem byla velikost směrodatné odchylky výnosů σ a také rozdělení pravděpodobnosti reziduí. Za nejvhodnější proces pro modelování vývoje cen zemního plynu byl zvolen Geometrický Brownův proces s logaritmickými cenami, jehož parametr σ dosahoval jednoznačně nejmenší hodnoty. Poté bylo přistoupeno k analýze rozdělení pravděpodobnosti reziduí, přičemž bylo zjištěno, že rezidua mají nenormální rozdělení. Tento nedostatek byl odstraněn použitím simulace aplikací inverzní transformace. Prvotně byly vygenerovány náhodná čísla z rovnoměrného rozdělení pravděpodobnosti a následně byly přiřazeny k reziduům empirického rozdělení pravděpodobnosti.

V závěru bylo přistoupeno k provedení ocenění dle Blackova modelu, přičemž se předpokládala normalita reziduí. Call i put opce byly tedy oceněny pomocí analytického

řešení ke každému obchodnímu dni v daném časovém intervalu a při různých realizačních cenách. V případě call opce se potvrdila nepřímá závislost mezi cenami call opcí a realizačními cenami. Tato skutečnost lze graficky zobrazit klesajícím trendem křivek. U ceny put opce tomu bylo právě naopak. Realizační ceny ovlivňovaly put opci přímo úměrně, což bylo znázorněno rostoucím trendem křivek.

Seznam použité literatury

Knižní publikace

- [1] DLUHOŠOVÁ, D. *Finanční řízení a rozhodování podniku*. 1. vyd. Praha: Ekopress, 2006. 191 s. ISBN 80-86119-58-0.
- [2] EYDELAND, A. *Energy and power risk management: new developments in modeling, pricing and hedging*. 1st ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2003. 490 p. ISBN 0-471-10400-0.
- [3] FUSARO, Peter C. *Energy risk management: hedging strategies and instruments for the international energy markets*. 1st ed. USA: McGraw-Hill Companies, Inc., 1998. 260 p. ISBN 0-7863-1184-3.
- [4] GEMAN, H. *Commodities and commodity derivatives: modelling and pricing for agriculturals, metals, and energy*. 1 st ed. West Sussex: John Wiley & Sons, Ltd., 2005. 416 p. ISBN 0-470-01218-8.
- [5] HULL, J. *Options, Futures, and Other Derivatives*. 6st ed. USA: Pearson Prentice Hall, 2006. 789 p. ISBN 0-13-149908-4.
- [6] KAMINSKI, V. *Managing Energy Price Risk*. 3st ed. London: Risk Books, 2004. 500 p. ISBN 1-904339-19-0.
- [7] LEWIS, N. *Energy risk modeling*. 1st ed. New York: Palgrave Macmillan, 2005. 247 p. ISBN 1-4039-3400-2.
- [8] PILIPOVIĆ, D. *Energy risk: Valuing and Managing Energy Derivatives*. 1st ed. New York: McGraw-Hill. 1998. 248 p. ISBN 0-7863-1231-9.
- [9] VALUCHOVÁ, L. *Ocenění derivátů na elektřinu na energetické burze Nord Pool*. Ostrava, 2009. 74 s. Diplomová práce. VŠB-TU Ostrava.

- [10] ZMEŠKAL, Z. a kol. *Finanční modely*. 1. vyd. Praha: Ekopress, 2004. 236 s. ISBN 80-86119-87-4.

Elektronické zdroje

- [1] AUGUSTINE, Charles, BROXSON, Bob, PETERSON, Steven. *Understanding Natural Gas Markets.pdf* [online]. c2009 [cit. 2009-12-02]. Dostupný z WWW: <http://www.api.org/aboutoilgas/upload/UNDERSTANDING_NATURAL_GAS_MARKETS.pdf>.
- [2] CME Group. *Energy Products Homepage* [online]. 2010 [cit. 2010-03-28]. Dostupné z WWW: <<http://www.cmegroup.com/trading/energy/>>.
- [3] CME Group. *Henry Hub Natural Gas* [online]. 2010 [cit. 2010-03-11]. Dostupné z WWW: <http://www.cmegroup.com/trading/energy/natural-gas/natural-gas_contract_specifications.html>.
- [4] EIA. *EIA - Short-Term Energy Outlook* [online]. 2008 [cit. 2010-03-09]. Dostupný z WWW: <<http://www.eia.doe.gov/emeu/steo/pub/contents.html>>.
- [5] EIA. *EIA - U.S. Natural Gas Markets: Relationship Between Henry Hub Spot Prices and U.S. Wellhead Prices* [online]. 2008 [cit. 2009-12-03]. Dostupný z WWW: <<http://www.eia.doe.gov/oiaf/analysispaper/henryhub/>>.
- [6] EIA. *Natural Gas Futures Contract 1* [online]. 2008 [cit. 2010-03-31]. Dostupné z WWW: <<http://tonto.eia.doe.gov/dnav/ng/hist/rngc1d.htm>>.
- [7] NaturalGas.org. *Business* [online]. 2004 [cit. 2010-02-08]. Dostupné z WWW: <<http://www.naturalgas.org/business/demand.asp>>.
- [8] NaturalGas.org. *Marketing* [online]. 2004 [cit. 2010-03-10]. Dostupné z WWW: <<http://www.naturalgas.org/naturalgas/marketing.asp>>.

- [9] The Federal Reserve Board of Governors in Washington DC. *Treasury securities at 1-year constant maturity* [online]. 2010 [cit. 2010-03-29]. Dostupné z WWW: <http://federalreserve.gov/releases/h15/data/Monthly/H15_TCMNOM_Y1.txt>.
- [10] TICHÝ, Tomáš. *Deriváty na elektrickou energii* [online]. 2005, září [cit.2010-10-15]. Dostupný z WWW: <http://www.ekf.vsb.cz/shared/uploadedfiles/cul33/TT_III_electry.pdf>.

Seznam zkratek

BCF/d	Billion cubic feet per day
BIS	Bank for International Settlement
BTU	British thermal unit
EIA	Energy Information Administration
GBM	Geometric Brownian Motion
IEA	International Energy Agency
IPE	International Petroleum Exchange in London
LNG	Liquefied natural gas
MJM	Merton's Jump Model
MMBTU	Million BTU
NYMEX	New York Mercantile Exchange
OTC	Over-The-Counter market
Tcf	Trillion cubic feet
USA	United States of America
VaR	Value at Risk

Seznam obrázků, grafů a tabulek

Obr. 2.1 Fyzický tok zemního plynu

Obr. 2.2 Predikce energetické spotřeby podle paliva do roku 2030

Obr. 2.3 Výplata futures v době zralosti T v závislosti na ceně podkladového aktiva ST

Obr. 2.4 Grafické znázornění výplatních funkcí u call a put opcí

Obr. 3.1 Grafické znázornění t-testu

Graf 2.1 Vrtné soupravy

Graf 2.2 Predikce cen Henry Hub Natural Gas

Graf 2.3 Celková spotřeba zemního plynu v US

Graf 4.1 Vývoj cen futures

Graf 4.2 Histogram četností

Graf 4.3 Distribuční funkce

Graf 4.4 Závislost ceny opce na realizační ceně X

Tab. 2.1 Charakteristické znaky Henry Hub Natural Gas Futures

Tab. 4.1 Parametry oceňovaného derivátu

Tab. 4.2 Proměnné mean reversion modelů

Tab. 4.3 Výsledky regresní analýzy

Tab. 4.4 Ceny call a put opcí dle metody inverzní transformace

Tab. 4.5 Ceny call opcí při různých realizačních cenách pro různé oceňovací měsíce

Tab. 4.6 Ceny put opcí při různých realizačních cenách pro různé oceňovací měsíce

Tab. 4.7 Srovnání výpočtu cen call a put opcí dle IT a Blackova modelu

Prohlášení o využití výsledků diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne

.....

jméno a příjmení studenta

Adresa trvalého pobytu studenta:

.....

Seznam příloh

- | | |
|--------------|--|
| Příloha č. 1 | Geografické znázornění regionů produkující zemní plyn v USA |
| Příloha č. 2 | Charakteristika obchodovatelných opcí se zemním plynem na burze NYMEX |
| Příloha č. 3 | Rozdělení pravděpodobnosti reziduí u zvolených modelů |
| Příloha č. 4 | Ceny call opcí vypočtené dle Blackova modelu pro poslední dny v měsíci (30. 4. 2009 – 25. 3. 2010) |
| Příloha č. 5 | Ceny put opcí vypočtené dle Blackova modelu pro poslední dny v měsíci (30. 4. 2009 – 25. 3. 2010) |
| Příloha č. 6 | Srovnání cen call a put opcí dle Blackova modelu a simulace aplikací inverzní transformace pro vybrané časové okamžiky v intervalu (30. 4. 2009 – 25. 3. 2010) |